

Министерство образования и науки РФ
Федеральное бюджетное государственное учреждение
Высшего профессионального образования
**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

Методические указания
к практическим занятиям по дисциплине «Статистика»
для студентов направления подготовки: 081100.62 -
«Государственное и муниципальное управление»

Разработчик
доцент каф.АОИ,к.т.н.
З.П.Лепихина

Томск-2012

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Введение.....	3
2.	Тема «Статистическое наблюдение».....	3
3.	Тема «Абсолютные и относительные статистические величины».....	4
4.	Темы «Вариационные ряды». Представление статистических данных».....	6
5.	Тема «Средние величины».....	10
6.	Тема «Показатели вариации».....	13
7.	Тема «Статистические группировки.....	17
8.	Тема «Выборочное наблюдение».....	25
9.	Тема «Ряды динамики».....	28
10.	Тема «Экономические индексы».....	35
11.	Рекомендуемая литература	45

1. ВВЕДЕНИЕ

Дисциплина «Статистика» в соответствии с Государственным образовательным стандартом является одной из общепрофессиональных дисциплин специальности «Государственное и муниципальное управление».

Целью практических занятий является закрепление и углубление знаний теоретической части дисциплины; выбора соответствующей методики исчисления статистических показателей, приобретение навыков самостоятельного выполнения расчетов и анализа полученных результатов.

В «Методических указаниях» представлены примеры решения задач их разделов статистики, а также задания для самостоятельного выполнения. Задания сгруппированы по темам с соответствием с лекционным материалом. При подготовке к практическим занятиям студенту следует повторить теоретический материал по конспекту лекций и источникам, приведенным в разделе «Рекомендуемая литература».

2. Тема «Статистическое наблюдение».

Задание. Требуется рассмотреть указанное в варианте явление (процесс) с точки зрения статистического наблюдения и определить его форму, вид и способ.

Пример выполнения задания.

Предприятие предоставляет в налоговые органы баланс предприятия за 2011 год.

Ответ: форма – общегосударственная отчетность, вид (по охвату явления) – сплошное наблюдение, вид (по частоте) – периодическое наблюдение, способ – документальный.

Задачи для самостоятельного выполнения.

Задача 1.

Всероссийская перепись населения 2010 г.

Задача 2.

Предприятие предоставляет в органы государственной статистики «Отчет промышленного предприятия о выполнении плана по труду за IV квартал 2003 года».

Задача 3.

Всесоюзная перепись населения 1979 г.

Задача 4.

Проводится инвентаризация имущества на предприятии.

Задача 5.

Проводится проверка качества партии швейных изделий: в случайном порядке отбирается десятая часть этой партии и каждое изделие тщательно осматривается.

Задача 6.

Проводится проверка качества партии швейных изделий: тщательно осматривается каждое десятое изделие.

Задача 7.

При мониторинге цен на сахар каждый понедельник регистратор фиксирует цены у трех крупнейших продавцов, поставляющих сахар в 90% магазинов города.

Задача 8.

Для изучения мнения подписчиков газета опубликовала анкету с просьбой ответить на вопросы и прислать в адрес редакции.

Задача 9.

Налоговые органы проводят ревизию в бухгалтерии предприятия.

Задача 10.

Проводится всероссийский референдум.

3. Тема «Абсолютные и относительные статистические величины».

Задание. 1). Необходимо из исходных данных выбрать и привести один пример абсолютной статистической величины. 2). Определить, какие вычислить виды относительных статистических величин можно вычислить на основе исходных данных, вычислить и привести по одному примеру относительной величины каждого вида.

Пример выполнения задания..

Из 44 студентов специальности ГМУ сдали сессию на «отлично» 12 человек, а из 142 студентов специальности АСОИУ — 32 человека. Вычислить все возможные относительные величины.

Решение.

1) абсолютной статистической величиной является «число студентов специальности ГМУ равно 44 человека»

2) относительная величина структуры: доля отличников

$$OBS_{\text{стр}} = 12/44 = 0,273 \text{ или } 27,3\%.$$

3) относительная величина сравнения $OBS_{\text{ср}} = 142/44 = 3,23$, то есть численность студентов специальности АСОИУ в 3,23 раза больше численности студентов специальности ГМУ.

Задачи для самостоятельного выполнения.**Задача 1.**

Имеются данные о численности населения регионов (тыс. чел.)

Регион	1996г.	2001г.
Республика Алтай	202	206
Алтайский край	2690	2642

Задача 2.

Имеются фактические и плановые данные о ценах на товары

Вид товара	Единица измерения	Цена, руб.		
		Фактическая 1999 г.	Плановая 2000 г.	Фактическая 2000 г
Пиво	л	10	12	15
Рыба	кг	25	30	50

Задача 3.

Имеются фактические и плановые данные о ценах на товары и объеме продаж

Магазин	Май		Июнь		
	Цена на хлеб	Продано единиц	План продажи (ед.)	Цена на хлеб	Продано единиц
Сказка	7,5	1000	1000	6,0	900
Хлебопек	6,0	600	1000	5,5	700

Задача 4.

Имеются данные о численности и составе студенческих групп

Пол	Число студентов	
	Группа 1	Группа 2
Юноши	15	12
Девушки	10	8

Задача 5.

Имеются фактические и плановые данные о производстве товаров

Вид товара	Единица измерения	Количество товара, тыс.ед.		
		Выпущено в 2000г.	План на 2001 г.	Факт 2001 г
Утюги	Шт.	250	300	280
Зонты	Шт.	150	150	270

Задача 6.

Имеются данные о численности населения регионов (тыс. чел.)

Регион	1996г.	2001г.
Новосибирская область	2749	2734
Томская область	1078	1064
Российская Федерация	147976	145185

Задача 7.

Имеются данные о численности студентов факультетов

Курс	Число студентов	
	ГГФ	РФФ
1	60	150
5	40	90

Задача 8.

Имеются данные об обороте розничной торговли (в расчете на 1 жителя, тыс.руб.)

	1999	2000	2001
Томская область	8,9	12,3	15,2
Российская Федерация	12,1	15,9	20,7

4. Тема «Вариационные ряды. Представление статистических данных»

Задание. 1). На основе исходных данных построить дискретный вариационный ряд; представить его в виде статистической таблицы и статистических графиков. 2). На основе исходных данных построить интервальный вариационный ряд с равными интервалами. Число интервалов выбрать самостоятельно и объяснить этот выбор. Представить полученный вариационный ряд их в виде статистической таблицы и статистических графиков. Указать виды примененных таблиц и графиков.

Для выполнения расчетов и построения графиков рекомендуется использовать Excel.

Пример выполнения задания

Известны размеры месячной заработной платы рабочих бригады за май 2003 года:

№ п/п	Месячная зарплата, руб.	№ п/п	Месячная зарплата, руб.
1.	800	6.	800
2.	650	7.	950
3.	800	8.	650
4.	800	9.	650
5.	1000	10.	1000

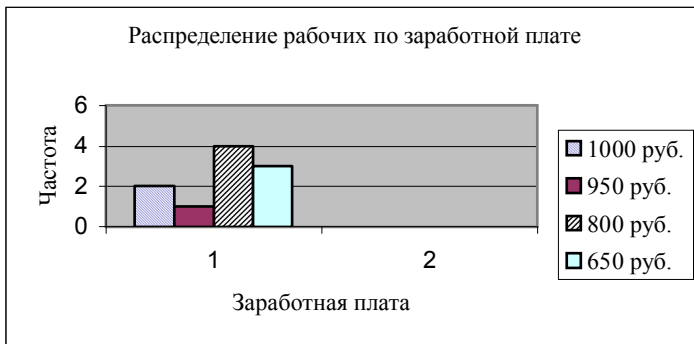
Сгруппируем исходные данные. Получим дискретный вариационный ряд и оформим его в виде таблицы.

Таблица 1.

Распределение рабочих по заработной плате

Месячная зарплата, руб.	1000	950	800	650	Всего
Число рабочих	2	1	4	3	10

Построим столбиковую диаграмму.



Построим интервальный вариационный ряд. Число равных интервалов определяем по формуле Старджесса

$$k = 1 + 3,32 \lg n = 1 + 3,32 \lg 10 = 4,32. \text{ Округляем } k = 4.$$

Вычисляем длину интервала.

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k} = \frac{1000 - 650}{4} = 87,5.$$

Определяем границы интервалов:

$$x_{1\min} = 650; x_{1\max} = x_{1\min} + h = 650 + 87,5 = 737,5;$$

$$x_{2\min} = x_{1\max} = 737,5; x_{2\max} = x_{2\min} + h = 737,5 + 87,5 = 825;$$

$$x_{3\min} = x_{2\min} = 825; x_{3\max} = x_{3\min} + h = 825 + 87,5 = 912,5;$$

$$x_{4\min} = x_{3\max} = 912,5; x_{4\max} = x_{4\min} + h = 912,5 + 87,5 = 1000.$$

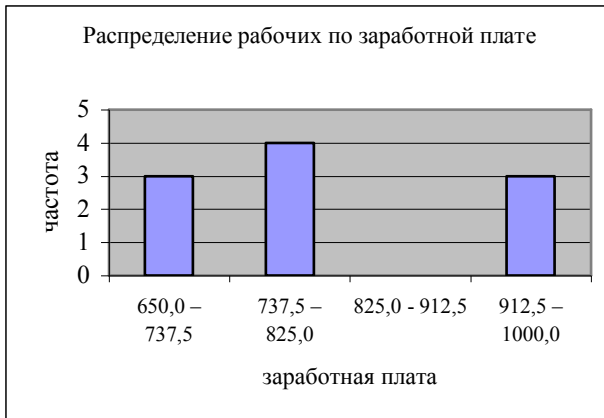
Вариационный ряд оформляем в виде таблицы.

Таблица 2.

Распределение рабочих по заработной плате

Интервалы зароботной платы, руб.	Число рабочих
650,0 – 737,5	3
737,5 – 825,0	4
825,0 - 912,5	0
912,5 – 1000,0	3
Всего	10

Строим столбиковую диаграмму

**Задачи для самостоятельного выполнения.****Задача 1.**

Швейная фабрика выпустила партию 50 мужских костюмов следующих размеров:

54, 52, 40, 44, 48, 50, 52, 48, 50, 50, 44, 52, 48, 44, 56, 58, 40, 42, 54, 52, 60, 48, 52, 52, 52, 48, 56, 56, 50, 52, 48, 52, 48, 48, 52, 60, 40, 44, 46, 46, 60, 56, 52, 48, 46, 52, 58, 58, 60, 52.

Задача 2.

Обувная фабрика выпустила партию 40 детских полусапожек следующих размеров:

26, 26, 18, 14, 16, 24, 22, 20, 16, 18, 20, 20, 22, 16, 18, 20, 26, 24, 28, 24, 28, 18, 28, 26, 24, 20, 20, 18, 22, 24, 26, 14, 18, 16, 28, 16, 18, 28, 24, 24.

Задача 3. Число студентов в группах университета:

25, 27, 30, 17, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 20, 17, 25, 27, 20, 25, 27, 25, 30, 20, 17, 27, 20, 20, 17, 25, 30, 27, 20, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 20, 17, 25, 27, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 20, 17, 25, 14, 20.

Задача 4.

Количество людей в маршрутных автобусах в час пик:

35, 24, 30, 42, 30, 38, 15, 32, 32, 48, 38, 32, 35, 37, 15, 38, 40, 37, 42, 34, 32, 15, 37, 30, 35, 32, 40, 35, 35, 42.

Задача 5.

Количество людей, смотревших фильм в кинозале на одном сеансе:

100, 117, 116, 153, 100, 124, 124, 124, 153, 117, 100, 143, 100, 143, 117, 124, 153, 100, 117, 124, 116, 135, 116, 117, 100, 143, 143, 153, 153, 117, 116, 100, 100, 153, 124, 100, 100, 135, 135, 117.

Задача 6.

Заработная плата работников предприятия (руб.):

1500, 2640, 9500, 9500, 5600, 1500, 2640, 4400, 8000, 9500, 5600, 2640, 4400, 5600, 5600, 9500, 4400, 5600, 8000, 2640, 4400, 5600, 4400, 4400, 4400, 8000, 1500, 2640, 4400, 8000.

Задача 7.

Урожайность зерновых (ц/га) в хозяйствах области:

11, 20, 22, 25, 12, 24, 25, 16, 20, 20, 14, 26, 21, 27, 17, 27, 15, 23, 22, 13, 20, 14, 26, 21, 27, 17, 27, 15, 23, 22, 13, 11, 20, 22, 25, 12, 24, 25, 16, 20.

Задача 8.

Измерена интенсивность потока грузового транспорта (количество машин) на некотором участке дороги с 15 до 16 часов:

26, 13, 24, 24, 24, 32, 20, 17, 20, 26, 13, 17, 20, 24, 26, 16, 24, 13, 24, 24, 13, 24, 24, 24, 32, 20, 17, 20, 26, 17.

Задача 9

Внесено минеральных удобрений (кг/га) в хозяйствах области:

12, 25, 25, 26, 12, 24, 24, 14, 18, 19, 13, 27, 24, 25, 16, 24, 14, 24, 22, 12, 25, 26, 12, 24, 24, 14, 18, 19, 13, 27, 24, 25, 16, 24, 14, 24, 22, 12, 12, 25.

Задача 10.

Жилая площадь квартир (кв.м), выставленных на продажу агентством недвижимости:

45, 36, 98, 36, 56, 56, 36, 42, 36, 42, 45, 56, 42, 45, 56, 36, 42, 42, 45, 56, 45, 36, 98, 45, 45, 42, 36, 45, 56, 45.

5. Тема «Средние величины».

Пример выполнения задания.

На основании следующих данных по двум сельскохозяйственным кооперативам необходимо определить, в каком из них и насколько выше средняя урожайность зерновых культур:

Культура	СХК «Заря»		СХК «Луговое»	
	Валовый сбор, ц	Урожайность, ц/га	Посевная площадь, га	Урожайность, ц/га
Пшеница	32500	25	1540	20
Рожь	1620	18	120	19
Ячмень	13640	22	460	18
Просо	1650	15	80	13
ИТОГО	49410	—	2200	—

Для СХК «Заря» среднюю урожайность определяем как среднюю гармоническую взвешенную

$$\bar{Y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^4 v_i c_i}{\sum_{i=1}^4 \frac{v_i c_i}{y_i}} = \frac{32500 + 1620 + 13640 + 1650}{\frac{32500}{25} + \frac{1620}{18} + \frac{13640}{22} + \frac{1650}{15}} = \frac{32500 + 1620 + 13640 + 1650}{1300 + 90 + 620 + 110} = \frac{49410}{2120} = 23,31 \text{ ц/га};$$

Здесь слагаемые знаменателя — посевные площади, занятые под различные культуры.

Для СХК «Луговое» средняя урожайность рассчитывается как средняя арифметическая взвешенная, причем в качестве весов берутся посевные площади:

$$\bar{Y}_2 = \frac{\sum_{i=1}^4 y_i \pi_i}{\sum_{i=1}^4 \pi_i} = \frac{20 \cdot 1540 + 19 \cdot 120 + 18 \cdot 460 + 13 \cdot 80}{1540 + 120 + 460 + 80} = \frac{42400}{2200} = 19,24 \text{ ц/га};$$

Таким образом, средняя урожайность зерновых культур в СХК «Заря» по сравнению с СХК «Луговое» выше на 4,04 ц/га (или на 21%).

Задачи для самостоятельного выполнения.**Задача 1.**

Заполнить пробелы и рассчитать среднюю заработную плату в целом по всем предприятиям в случаях

	Численность ППП, чел.	Средняя заработная плата, руб.	Месячный фонд заработной платы, тыс.руб
А	1	2	3
ООО «Фиалка»	100	?	500
ООО «Кактус»	?	5000	100
ООО «Роза»	10	?	100
ООО «Ландыш»	70	3000	210

а) если известны данные столбцов 1 и 2

б) если известны данные столбцов 1 и 3

в) если известны данные столбцов 2 и 3

Какой вид средней величины применяется в каждом случае?

Задача 2.

Определить Среднее, Медианное и Модальное значение распределения по размеру обуви, проданной фирмой

Размер	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44 и более
Количество проданных пар	3	5	7	9	10	13	15	14	20	3	1

Задача 3.

Имеются следующие данные о распределении населения по душевым доходам

Группы населения по душевому доходу, руб.	Численность населения, тыс.чел.
До 1000	50
1000-5000	36
5000-10000	10
10000 и более	4

Определить среднее значение, моду и медиану признака «Душевой доход».

Задача 4.

В таблице приведено распределение семей по числу детей. Определить среднее значение, моду и медиану признака «Число детей»

Число детей в семье	0	1	2	3	4	5
Число семей	1000	2000	1200	400	200	200

Задача 5.

Расстояние между городами А и Б 600 километров, автобус прошел его со скоростью 60 км/час. Расстояние между городами Б и В 100 километров, автобус прошел его со скоростью 50 км/час, а при возвращении из В в А автобус ехал со скоростью 70 км/час. Какова средняя скорость автобуса за весь рейс? Какой вид средней величины применяется?

Задача 6.

Заполнить пробелы и рассчитать цену овощей в целом в случаях

Предприятие	Продано, кг.	Средняя цена за 1 кг, руб.	Товарооборот, руб
А	1	2	3
Морковь	100	5	?
Свекла	?	20	1000
Лук	200	?	4000

а) если известны данные столбцов 1 и 2

б) если известны данные столбцов 1 и 3

в) если известны данные столбцов 2 и 3

Какой вид средней величины применяется в каждом случае?

Задача 7.

Удельный вес шоколадных конфет во всем выпуске кондитерских изделий на четырех кондитерских фабриках области составляет: на первой - 25%, на второй - 12%, на третьей - 8%, на четвертой - 15%. Объем выпуска всей продукции соответственно равен: 500, 300, 100 и 200 млн.руб.

Определить среднюю долю выпуска шоколадных конфет по всем кондитерским фабрикам области в целом. Какой вид средней величины применяется?

Задача 8. В таблице приведены данные о выпуске продукции по годам

	2000г.	2001г.	2002г.	2003г.
Выпуск приборов	2	6	8	16

Определить, во сколько раз в среднем ежегодно возрастал выпуск приборов с 2000 по 2003 год. Какой вид средней величины применяется?

Задача 4.

Определить среднее значение, моду и медиану признака «Число студентов в группах университета» :

25, 27, 30, 17, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 20, 17, 25, 27, 20, 25, 27, 25, 30, 20, 17, 27, 20, 20, 17, 25, 30, 27, 20, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 20, 17, 25, 27, 25, 25, 17, 30, 20, 20, 17, 25, 14, 20.

Задача 10.

Имеются следующие данные о распределении населения по душевым доходам

Группы населения по душевому доходу, руб..	Численность населения, тыс.чел.,
500 и менее	26
501-800	6
801-1500	10
1501-6000	15
6001- и более	43

Определить среднее значение, моду и медиану признака «Душевой доход».

6. Тема «Показатели вариации».

Пример выполнения задания

В таблице приведены данные социологического исследования - распределение посетителей театра по возрасту (графы 1 и 2).

Группы посетителей по возрасту, лет x_i	Число посетителей f_i	Середина интервала, лет x'_i	$x'_i f_i$	$(x_j - \bar{x})^2 f_j$
1	2	3	4	5
10–15	6	12,5	75,0	1893,0
15–20	9	17,5	157,5	1465,9
20–25	20	22,5	450,0	1205,0
25–30	41	27,5	1127,5	312,8
30–35	26	32,5	845,0	130,2
35–40	21	37,5	787,5	1100,1
40–45	14	42,5	595,0	2096,7
45–50	5	47,5	237,5	1485,7
50-55	1	52,5	52,5	494,5
ИТОГО	143		4327,5	10183,9

Определить, однородна ли совокупность посетителей по признаку «возраст».

Решение.

Показателем однородности совокупности может служить коэффициент вариации v : $v = \sigma : \bar{x}$.

Вычислим среднее значение признака «возраст» по формуле средней арифметической взвешенной. Для удобства вычислений дополним исходную таблицу столбцами 3-5, в которых будем помещать промежуточные расчеты.

Так как исходный ряд – интервальный, то при вычислении среднего значения используется срединное значение интервала, равное полусумме нижней и верхней границ интервала:

$$(10 + 15)/2 = 12,5; (15 + 20)/2 = 17,5 \text{ и т.д.}$$

Вычисленные значения середины интервала записываем в графу 3. В графе 4 запишем значения произведения $x'_i f_i$. Тогда итог графы 4 равен числителю в формуле среднего. Среднее значение возраста равно

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{4327,5}{143} = 30,3 \text{ лет.}$$

Для определения дисперсии вычислим и поместим в графу 5 значения выражения $(x_j - \bar{x})^2 f_j$. Дисперсия равна

$$D = \frac{\sum_{j=1}^k (x_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum f_j} = \frac{10183,9}{143} = 71,2.$$

Среднее квадратическое отклонение равно квадратному корню из дисперсии, т.е. $\sigma = \sqrt{D} = 8,44$ лет.

Находим коэффициент вариации

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{8,44}{30,3} = 0,279 \text{ или } v = 27,9\%.$$

Так как коэффициент вариации менее 30%, то можно говорить об однородности опрошенной совокупности посетителей театра.

Задачи для самостоятельного выполнения

Задача 1.

В таблице приведено распределение земельных участков по размеру.

Размер земельного участка, га	2	4	6	7	8	9	10	12
Количество участков	5	10	25	30	10	10	7	5

Определить размах вариации и среднее квадратическое отклонение показателя «размер земельного участка»

Задача 2.

В таблице приведены показатели объема товарооборота торговых предприятий.

Группы предприятий по объему товарооборота, млн.руб.	Число предприятий
90-100	30
100-110	50
110-120	24
120-130	4
130-150	2
150-200	10

Определить размах вариации и среднее линейное отклонение показателя «объем товарооборота».

Задача 3.

Показать, что при увеличении значения признака у всех единиц совокупности в 3 раза, дисперсия признака увеличится в 9 раз, а коэффициент вариации не изменится.

Задача 4.

В таблице приведены показатели объема товарооборота торговых предприятий двух регионов

Регион 1		Регион 2	
Группы предприятий по объему товарооборота, млн.руб.	Число предприятий	Группы предприятий по объему товарооборота, млн.руб.	Число предприятий
90-100	26	60-80	13
100-110	40	80-100	27
110-120	24	100-120	20

В каком регионе коэффициент вариации показателя «объем товарооборота» меньше?

Задача 5.

Жилая площадь квартир (кв.м), выставленных на продажу агентством недвижимости:

45, 36, 98, 36, 56, 56, 36, 42, 36, 42, 45, 90, 42, 45, 56, 36, 42, 42, 45, 56.

Однородна ли совокупность квартир? Каким показателем можно оценить однородность совокупности?

Задача 6.

В таблице приведены данные о содержании вредных веществ в сигаретах

Наименование сигарет	Содержание смолы, мг/шт.	Содержание никотина, мг/шт.
Прима	24	1,24
Marlboro	17	0,88
Ява	22	1,34
Дымок	21	1,00
Winston	18	1,01
Luky Strike lights	11	0,87
Camel	16	1,07
Pierre Cardin	18	1,18

По какому показателю совокупность более однородна? Каким показателем можно оценить однородность совокупности?

Задача 7.

Показатели стран мира (1997 год)

	Страна	Население, млн. чел.	ВВП, млрд. долл.
1.	Россия	147,3	447,0
2.	Германия	82,1	2092,3
3.	США	267,6	7834,0
4.	Аргентина	35,7	325,0
5.	Китай	1227,3	902,0
6.	Казахстан	15,8	22,2
7.	Япония	126,1	4190,2

Определить коэффициент вариации показателя «объем ВВП на душу населения». Что характеризует коэффициент вариации?

Задача 8.

Жилая площадь квартир (кв.м), выставленных на продажу агентством недвижимости:

45, 36, 38, 36, 56, 56, 36, 42, 36, 42, 45, 56, 42, 45, 56, 36, 42, 42, 45, 56

Определить размах вариации, среднее линейное отклонение и дисперсию признака «размер жилой площади».

Задача 9.

Социологическое обследование показало, что в течение 15 учебных недель семестра студент самостоятельно занимался: первые 6 недель по 10 часов в неделю, следующие 5 недель по 24 часа в неделю, последние 4 недели по 30 часов в неделю. Определить размах вариации, среднее линейное отклонение и среднее квадратическое отклонение признака «число часов самостоятельной работы в неделю».

Задача 10. В таблице приведены показатели объема товарооборота торговых предприятий.

Группы предприятий по объему товарооборота, млн.руб.	Число предприятий
60-80	11
80-100	27
100-120	24
120-140	16
140-160	8
160-180	4
180-200	10

Определить дисперсию показателя «объем товарооборота».

7. Тема «Статистические группировки».

Пример 1. Вторичная группировка.

Имеются данные о распределении населения региона по размеру душевого дохода

№ группы	Группы населения по душевому доходу, руб.	Численность населения, тыс.чел.,
1	До 400	16
2	400-1000	20
3	1000-1800	44
4	1800-3000	74
5	3000-4000	37
6	4000 и более	9
Итого		200

Необходимо построить вторичную группировку данных, образовав новые группы с интервалами до 500, 500-1000, 1000-2000, 2000-3000 , свыше 3000 руб.

Решение.

В новую первую группу «до 500 руб.» войдет полностью первая группа населения исходной группировки и часть второй группы. Чтобы образовать группу надо из интервала второй группы взять 100 руб. Величина интервала второй группы составляет $1000-400=600$ рублей. Следовательно, необходимо взять от нее $1/6$ часть ($100/600$). Такую же часть во вновь образованную первую группу надо взять от численности населения , то есть $20 \cdot 1/6 = 3,3$ тыс.чел. Тогда в новой первой группе будет 19,3 тыс.чел.

Вторая новая группа «500-1000 руб.» образуется из второй исходной группы за вычетом отнесенных к первой группе, то есть $20-3,3=16,7$ тыс.чел.

Для образования новой третьей группы «1000-2000 руб.» нам надо взять полностью численность третьей исходной группы и добавить численность, соответствующую 200 рублям из четвертой группы. Для определения этой части находим величину интервала $3000-1200=1200$ руб. На нее приходится 74 тыс.чел., следовательно, на 200 руб. приходится $74*(200/1200)=12$ тыс.чел. В третью группу войдет $44+12=56$ тыс.чел.

В новую четвертую группу войдет $74-12=62$ тыс.чел.

Новая пятая группа состоит из пятой и шестой исходных групп, то есть $37+9=46$ тыс.чел

По результатам перегруппировки имеем следующие данные:

№ группы	Группы населения по душевому доходу, руб.	Численность населения, тыс.чел.,
1	До 500	19,3
2	500-1000	16,7
3	1000-2000	56,0
4	2000-3000	62,0
5	3000- и более	46,0
Итого		200

Пример 2. Аналитическая группировка.

С целью установления зависимости между урожайностью и сортом винограда в одном из хозяйств на основе выборки определили урожай на 10 кустах винограда.

Наименование сорта винограда	Число проверенных кустов	Урожай винограда с каждого куста, кг				
		куст №1	куст №2	куст №3	куст №4	куст №5
Сорт «А»	3	6	5	7	—	—
Сорт «Б»	5	7	6	8	5	9
Сорт «В»	2	9	7	—	—	—

Исчислите общую, межгрупповую и среднюю из групповых (частных) дисперсий. Определите связь между сортом и его урожайностью.

Решение. Если совокупность разбита на группы, то дисперсия признака σ^2 может быть определена как сумма межгрупповой дисперсии $\delta_{м.гр.}^2$ и средней из групповых дисперсий $\overline{\sigma_i^2}$:

$$\sigma^2 = \overline{\sigma_i^2} + \delta_{м.гр.}^2.$$

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{\sum(\sigma_i^2 f_i)}{\sum f_i},$$

где $\sigma_i^2 = \frac{\sum(x - \overline{x_i})^2}{f_i}$ — дисперсия признака в группе i (групповая дисперсия);

x — индивидуальное значение признака;

$\overline{x_i}$ — среднее значение признака в группе i ;

f_i — число наблюдений в группе i .

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{\sum(\overline{x_i} - \overline{x})^2 f_i}{\sum f_i},$$

где \overline{x} — среднее значение признака в совокупности.

Отношение межгрупповой дисперсии к общей дает возможность измерить вариацию результативного признака за счет факторного, то есть признака, положенного в основание группировки, и тем самым судить о связи между изучаемыми признаками:

$$\eta^2 = \frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2},$$

где η^2 — коэффициент детерминации.

Для характеристики тесноты связи берется показатель η — эмпирическое корреляционное отношение, рассчитываемое как

$$\eta = \sqrt{\frac{\delta_{м.гр.}^2}{\sigma^2}}.$$

Эмпирическое корреляционное среднее варьирует от 0 до 1.

При $\eta = 0$ связи нет, при $\eta = 1$ — связь полная.

Применим правило сложения дисперсии к исходным данным.

1. Групповые средние, т.е. средняя урожайность по каждому сорту винограда равны:

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x}{n} = \frac{6+5+7}{3} = 6 \text{ кг};$$

$$\bar{x}_B = \frac{7+6+8+5+9}{5} = 7 \text{ кг};$$

$$\bar{x}_B = \frac{9+7}{2} = 8 \text{ кг}.$$

2. Определим среднюю урожайность винограда по хозяйству:

$$\bar{x} = \frac{\sum (x_i \cdot f_i)}{\sum f_i} = \frac{6 \cdot 3 + 7 \cdot 5 + 8 \cdot 2}{10} = 6,9 \text{ кг}.$$

3. Определим групповую (частную) дисперсию урожайности для каждого сорта отдельно:

$$\sigma_A^2 = \frac{(6-6)^2 + (5-6)^2 + (7-6)^2}{3} = 0,667;$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(7-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2}{5} = 2,000;$$

$$\sigma_B^2 = \frac{(8-9)^2 + (8-7)^2}{2} = 1,000.$$

4. Средняя из частных дисперсий:

$$\overline{\sigma_i^2} = \frac{0,667 \cdot 3 + 2,000 \cdot 5 + 1,000 \cdot 2}{3+5+2} = \frac{14,001}{10} = 1,4.$$

5. Межгрупповая дисперсия:

$$\delta_{м.гр.}^2 = \frac{(6-6,9)^2 \cdot 3 + (7-6,9)^2 \cdot 5 + (8-6,9)^2 \cdot 2}{3+5+2} = \frac{4,9}{10} = 0,49.$$

6. Определяем общую дисперсию урожайности по всей совокупности, используя правило сложения дисперсий:

$$\sigma^2 = 1,40 + 0,49 = 1,89.$$

Проверим этот вывод путем расчета общей дисперсии обычным способом:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n} = \frac{(6-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (7-6,9)^2 + (7-6,9)^2 +}{10} + \\ &\frac{(6-6,9)^2 + (8-6,9)^2 + (5-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (9-6,9)^2 + (7-6,9)^2}{10} = \\ &= 1,89. \end{aligned}$$

7. Определим коэффициент детерминации — η^2 :

$$\eta^2 = \frac{0,49}{1,89} = 0,26 \text{ или } 26\%.$$

Таким образом, только на 26% вариация урожайности обусловлена различиями между сортами, а на 74% — другими факторами (характером почвы, удобренностью участков, поливом и т.п.).

8. Определяем эмпирическое корреляционное отношение:

$$\eta = \sqrt{\frac{0,49}{1,89}} = \sqrt{0,26} \approx 0,5.$$

Следовательно, можно утверждать, что связь умеренная.

Задачи для самостоятельного выполнения.

Задача 1.

В таблице приведены данные о распределении промышленных предприятий по численности занятого на них промышленно-производственного персонала для двух регионов.

Регион 1		Регион 2	
Группы предприятий по численности работающих, чел.	Число предприятий	Группы предприятий по численности работающих, чел.	Число предприятий
До 100	6	До 300	1
101-500	4	301-600	6
501-1000	10	601-1000	10
1001-2000	10	1001-2000	15
2001-5000	32	2001-4000	43
5001 и более	38	4001 и более	25

- Постройте вторичную группировку данных о распределении промышленных предприятий, пересчитав данные региона 2 в соответствии с группировкой региона 1;
- Определите, в каком регионе число предприятий с численностью от 1500 до 2000 человек больше?
- Вычислите для каждого региона среднее значение, медиану и моду признака «Численность персонала».

Задача 2.

Имеется информация о распределении населения области (табл.1) и лиц с высшим образованием по возрасту (табл.2).

Таблица 1. Распределение населения области по возрастным группам (тыс.чел.)

Возраст, лет	0-9	10-19	20-29	30-39	40-49	50-59	60-69	70 и старше
Численность	230	305	370	360	290	330	260	160

Таблица 2. Численность лиц, имеющих высшее образование в области по возрастным группам (чел.)

Возраст, лет	18-24	25-29	30-49	50 и старше
Численность	2000	2200	4500	1000

Определите, в какой возрастной группе численность лиц, имеющих высшее образование, в расчете на 1000 человек максимальная?

Задача 3.

В таблице приведены данные о распределении населения по душевым доходам в двух регионах

Регион 1		Регион 2	
Группы населения по душевому доходу, руб.	Численность населения, тыс.чел.,	Группы населения по душевому доходу, руб.	Численность населения, тыс.чел.,
До 1000	30	500 и менее	10
1000-2000	20	501-800	20
2000-5000	15	801-1200	30
5000 –10000	20	1201-3000	40
10000 и более	15	3001- 6000	10
		6001- и более	

а) Постройте вторичную группировку данных о распределении промышленных предприятий, пересчитав данные региона 1 в соответствии с группировкой региона 2;

б) Определите, в каком регионе численность населения с душевым доходом менее 1500 рублей больше?

в) Определите, в каком регионе численность населения с душевым доходом от 1500 рублей до 2500 рублей больше?

г) Определите, в каком регионе средний душевой доход больше?

д) Определите, в каком регионе по показателю «душевой доход» население более однородно?

Указание для задач 4-7.

Исходные данные представлены в виде таблицы, содержащей значения двух признаков для 15-20 объектов. Необходимо выяснить, есть ли зависимость между признаками, каков характер зависимости (прямая - обратная, линейная - нелинейная), оценить силу связи (коэффициент детерминации, эмпирическое корреляционное отношение). Для выявления зависимости необходимо определить, какой признак является независимым – фактором, а какой – результатом. Проведите аналитическую группировку, образовав группы с равными интервалами по факторному признаку. Вычислите необходимые показатели.

Задача 4.

Имеются следующие данные о размере рекламного модуля в газете и его цене

Размер, кв.см	56	75	64	81	100	125	105	98	120	150	176	160
Цена, тыс.руб	1,7	2,3	1,9	2,4	3,0	3,6	3,1	2,9	3,4	4,0	5,0	4,2

Задача 5.

Имеются данные о жилой площади и цене выставленных на продажу квартир.

Номер квартиры	Жил. площадь	Цена, тыс. руб.
1.	32	640
2.	27	400
3.	31	450
4.	33	690
5.	29	570
6.	25	500
7.	31	560
8.	27	500
9.	25	580
10.	28	460
11.	32	660
12.	24	600
13.	28	480
14.	31	650
15.	32	660

Задача 6.

Имеются данные по совокупности хозяйств области.

№ п.п	Внесено минеральных удобрений, кг/га	Урожайность зерновых, ц/га
1	12	11
2	25	20
3	25	22
4	26	25
5	12	12
6	24	24
7	24	25
8	14	16
9	18	20
10	19	20
11	13	14
12	27	26
13	24	21
14	25	27
15	16	17
16	24	27

Задача 7.

Имеются следующие данные о стаже работы и месячной выработке продукции рабочими.

Рабочий, № п\п	Стаж, число лет	Месячная работка, шт.
1	1	60
2	8	120
3	5	80
4	12	130
5	6	80
6	6	90
7	9	70
8	5	85
9	4	75
10	1	50
11	2	60
12	2	65
13	4	70
14	8	110
15	15	150
16	16	160

8. Тема «Выборочное наблюдение».

Пример выполнения задания.

Из партии электроламп взята 20%-ная случайная бесповторная выборка для определения среднего веса спирали.

Результаты выборки представлены в таблице

Вес, мг	38 – 40	40 – 42	42 – 44	44 – 46
Число спиралей	15	30	45	10

Определить с вероятностью 0,95 доверительные пределы, в которых лежит средний вес спирали, для всей партии электроламп.

Решение.

Доверительные интервалы для генеральной средней с вероятностью P :

$$\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}},$$

где \tilde{x} — средний уровень признака по выборке:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x' f}{\sum f} = \frac{39 \cdot 15 + 41 \cdot 30 + 43 \cdot 45 + 45 \cdot 10}{15 + 30 + 45 + 10} = \frac{4200}{100} = 42,0 \text{ мг}$$

$$\Delta_{\bar{x}} = t \mu_{\bar{x}} = t \sqrt{\frac{S^2}{n} \cdot \left(1 - \frac{n}{N}\right)}; \quad N = \frac{100}{0,2} = 500.$$

При вероятности $P = 0,95$ $t = 1,96$.

$$S^2 = \frac{\sum (x' - \tilde{x})^2 \cdot f}{\sum f} =$$

$$= \frac{(39 - 42)^2 \cdot 15 + (41 - 42)^2 \cdot 30 + (43 - 42)^2 \cdot 45 + (45 - 42)^2 \cdot 10}{100} =$$

$$= \frac{300}{100} = 3,0$$

$$\Delta_{\bar{x}} = 1,96 \sqrt{\frac{3,0}{100} \cdot \left(1 - \frac{100}{500}\right)} = 0,3 \text{ мг.}$$

Доверительные интервалы для генеральной средней с вероятностью $P = 0,95$:

$$42,0 - 0,3 \leq \bar{x} \leq 42,0 + 0,3;$$

$$41,7 \text{ мг} \leq \bar{x} \leq 42,3 \text{ мг.}$$

Задачи для самостоятельного выполнения.

Задача 1. При планировании выборочного обследования занятости студентов старших курсов (работа, подработка) университетов города имеются следующие данные.

Наименование университета	Численность студентов старших курсов, тыс.чел.	Удельный вес занятых студентов, %(оценка)
Классический	3,5	75
Технический	5,6	80
Педагогический	1,7	70
Строительный	2,8	85

Определите с вероятностью 0,954 необходимый объем типической пропорциональной выборки для установления границ генеральной доли при повторном отборе в университетах, чтобы ошибка выборки не превышала 5% .

Задача 2.

Торговая фирма купила у производителей 480 коробок с калькуляторами, в каждой коробке упаковано по 24 калькулятора. Для проверки качества необходимо сформировать выборку. Определите объем выборки, если результат требуется гарантировать с вероятностью 0,954 и ошибкой не более 5%, а межгрупповая дисперсия равна 51.

Задача 3.

Для определения средней месячной заработной платы младшего медицинского персонала в больницах города было проведено 25%-ное выборочное обследование с отбором единиц пропорционально численности типических групп. Для отбора сотрудников внутри каждой больницы использовался механический отбор. Результаты обследования представлены в таблице.

Номер больницы	Средняя заработная плата, руб.	Среднее квадратическое отклонение, руб.	Число сотрудников, чел.
1	870	40	30
2	1040	160	80
3	1260	190	140
4	1530	215	190

Определите с вероятностью 0,954 пределы средней месячной заработной платы всего младшего медицинского персонала больниц.

Задача 4.

Сколько персональных компьютеров необходимо подвергнуть проверке в порядке случайной бесповторной выборки, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка (в процентах к среднему сроку службы компьютера) не превышала 3%. Коэффициент вариации среднего срока службы компьютера составляет 15%, а число компьютеров в партии 1250 штук.

Задача 5.

Для изучения скорости автомобилей при подъеме на гору методом случайной повторной выборки была зафиксирована скорость 200 автомобилей. В результате установлена средняя скорость 30 км/час при среднем квадратическом отклонении 4 км/час. С вероятностью 0,997 определите пределы, в которых находится средняя скорость движения в генеральной совокупности.

Задача 6.

Для установления средней фактической продолжительности рабочего дня в фирме из общего числа 480 работников были механическим способом отобраны и подвергнуты наблюдению 25%. Оказалось, что у 10% отобранных работников потери времени составили более 50 минут в день. С вероятностью 0,683 установите пределы, в которых находится генеральная доля работников с потерями времени более 50 минут в день.

Задача 7.

Для оптимизации тарифов сотовая компания планирует изучить длительность разговоров. Сколько телефонных разговоров необходимо обследовать на основе случайной бесповторной выборки, чтобы ошибка при определении доли разговоров с длительностью менее 5 секунд не превышала 10% с вероятностью 0,954.

Задача 8.

Определите необходимый объем случайной бесповторной выборки из генеральной совокупности 10000 человек при среднем квадратическом отклонении не более 20, предельной ошибке не более 5% и вероятности 0,997.

Задача 9.

Определите необходимую численность выборки при механическом отборе из генеральной совокупности 1000 человек, чтобы установить генеральную долю с ошибкой не более 2% и вероятности 0,954, если дисперсия доли неизвестна

9. Тема «Ряды динамики»

Пример 1. Вычисление показателей динамики.

В таблице (строка 1) приведена динамика товарооборота магазина в 2000-2004 гг.

Таблица.

Динамика товарооборота магазина в 2000-2004 гг.

	Показатель	2000	2001	2002	2003	2004
1.	Товарооборот, тыс. руб., y	885,7	932,6	980,1	1028,7	1088,4
2.	Абсолютный прирост, тыс. руб.					
3.	базисный	—	46,9	94,4	143,0	202,7
4.	цепной	—	46,9	47,5	48,6	59,7
5.	Темп роста, %					
6.	базисный	—	105,3	110,6	116,1	122,9
7.	цепной	—	105,3	105,1	104,9	105,8
8.	Темп прироста, %					
9.	базисный	—	5,3	10,6	16,1	22,9
10.	цепной	—	5,3	5,1	4,9	5,8

Вычислить основные показатели динамики товарооборота, средний уровень ряда и средние значения показателей.

Решение.

Абсолютный прирост базисный определяется по формуле

$$\Delta y_{б_i} = y_i - y_0$$

Принимаем в качестве y_0 значение товарооборота 2000 года.

Вычисляем базисный абсолютный прирост в 2001 году

$$932,6 - 885,7 = 46,9.$$

Аналогично вычисляем для 2002 года $980,1 - 885,7 = 94,4$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 3).

Абсолютный прирост цепной вычисляется по формуле

$$\Delta y_{ц_i} = y_i - y_{i-1}$$

Вычисляем цепной абсолютный прирост в 2001 году

$$932,6 - 885,7 = 46,9.$$

Аналогично вычисляем цепной абсолютный прирост для 2002 года

$$980,1 - 932,6 = 47,5$$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 4).

Темп роста базисный (в процентах) определяется по формуле

$$ТР_б = (y_i : y_0) \cdot 100..$$

Вычисляем темп роста базисный в 2001 году

$$932,6 : 885,7 \times 100 = 105,3$$

Аналогично вычисляем базисный темп роста для 2002 года

$$980,1 : 885,7 \times 100 = 110,6$$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 6).

Темп роста цепной (в процентах) определяется по формуле

$$Tr_{ц_i} = (y_i : y_{i-1}) \cdot 100.$$

Вычисляем цепной темп роста в 2001 году

$$932,6 : 885,7 \times 100 = 105,3.$$

Аналогично вычисляем для 2002 года

$$980,1 : 932,6 \times 100 = 105,1$$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 7).

Темп прироста базисный (в процентах) определяется по формуле

$$TPr_{б} = TP_{б} - 100.$$

Вычисляем базисный темп прироста в 2001 году

$$105,3 - 100 = 5,3.$$

Аналогично вычисляем для 2002 года

$$110,6 - 100 = 10,6$$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 9).

Темп прироста цепной (в процентах) определяется по формуле

$$TPr_{ц} = TP_{ц} - 100.$$

Вычисляем цепной темп прироста в 2001 году

$$105,3 - 100 = 5,3.$$

Аналогично вычисляем цепной темп прироста для 2002 года

$$105,1 - 100 = 5,1$$

и дальнейших годов. Результаты заносим в таблицу (строка 10).

Так как исходный ряд динамики – интервальный, то для определения среднего уровня ряда используется формула средней арифметической величины

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{885,7 + 932,6 + 980,1 + 1028,7 + 1088,4}{5} = 983,1 \text{ тыс.руб.}$$

Показатель среднего абсолютного прироста можно определить по формуле

$$\Delta \bar{y} = \frac{\Delta y_{б_n}}{n - 1} = 202,7 / (5 - 1) = 50,7 \text{ тыс.руб.}$$

Средний темп роста можно определить и по абсолютным уровням ряда динамики по формуле

$$\bar{\text{Од}} = \sqrt[n-1]{y_n : y_0} \times 100\% = \sqrt[4]{1088,4 : 885,7} \times 100\% = 1,053 \times 100\% = 105,3\%$$

Для получения средних темпов прироста $\bar{\text{Тп}}$ в процентах используется зависимость:

$$\bar{\text{Тп}} = \bar{\text{Тр}} - 100 = 105,3 - 100 = 5,3\%.$$

Пример 2. Сглаживание ряда динамики методом трехзвенной скользящей средней.

В таблице приведены данные о выпуске телевизоров (графа 2) по месяцам

Месяцы	Выпуск, шт	Скользящие средние
1	2	3
Январь	155	-
Февраль	163	161,7
Март	167	153,7
Апрель	131	152,0
Май	158	145,3
Июнь	147	145,0
Июль	130	140,7
Август	145	134,3
Сентябрь	128	137,7
Октябрь	140	142,3
Ноябрь	159	153,0
Декабрь	160	-

Провести сглаживание ряда динамики методом трехзвенной скользящей средней.

Решение.

В методе трехзвенной скользящей средней сглаженные уровни ряда вычисляются последовательно по формуле

$$\bar{y}_i = \frac{y_{i-1} + y_i + y_{i+1}}{3};$$

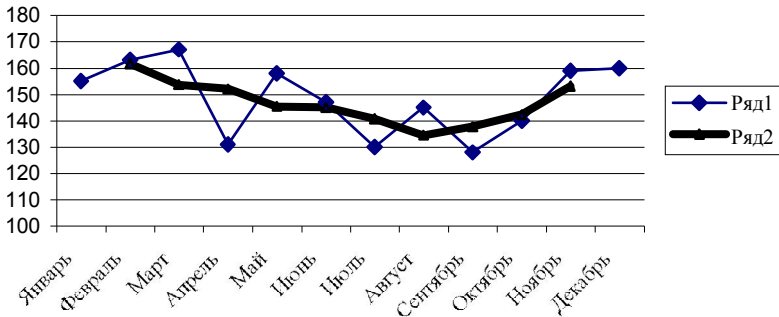
Взяв данные за первые три месяца, вычисляем первую трехзвенную скользящую среднюю, затем, со сдвигом на один месяц, - вторую и т.д.

$$\bar{y}_1 = \frac{155 + 163 + 167}{3} = 161,7; \quad \bar{y}_2 = \frac{163 + 167 + 131}{3} = 153,7;$$

Полученные результаты заносим в графу 2 таблицы.

Строим график исходных данных (ряд 1) и выровненных значений (ряд 2).

Рис. Динамика выпуска



Расчеты методом трехзвенной скользящей средней показали, что данный временной ряд не имеет выраженной тенденции: до сентября происходит снижение выпуска телевизоров, а затем – увеличение. Этот вывод подтверждается построенным графиком.

Пример 3. Сглаживание ряда динамики аналитическим методом.

В таблице приведены данные о выпуске телевизоров (графа 2) по месяцам.

Месяцы	Выпуск, шт	Расчетные графы					
		t	t^2	yt	\hat{y}	$(y - \hat{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$
1	2	3	4	5	6	7	8
Январь	155	-5	25	-775	160,0	25,00	2,25
Февраль	163	-3	9	-489	157,4	31,36	90,25
Март	167	-1	1	-167	154,8	148,84	182,25
Апрель	131	1	1	131	152,2	449,44	506,25
Май	158	3	9	474	149,6	70,56	20,25
Июнь	147	5	25	735	147,0	0,00	42,25
Итого	921	0	70	-91	921	725,20	843,5

Провести сглаживание динамического ряда, используя линейную функцию.

Решение.

Необходимо провести сглаживание ряда, используя линейную функцию, то есть построить линейную модель динамического ряда вида $\hat{y} = a_0 + a_1 \cdot t$.

Используем метод расчетов параметров уравнения «от условного нуля», то есть нумеруем t так, чтобы $\sum t = 0$ (графа 3).

По исходным данным определяем

$$a_0 = \frac{\sum y}{n} = \frac{921}{6} = 153,5;$$

$$a_1 = \frac{\sum ty}{\sum t^2} = \frac{-91}{70} = -1,3;$$

На основе вычислительных параметров синтезируется трендовая модель

$$\hat{y}_t = 153,5 - 1,3 t .$$

Подставляя в модель значения t , получаем значения \hat{y} :

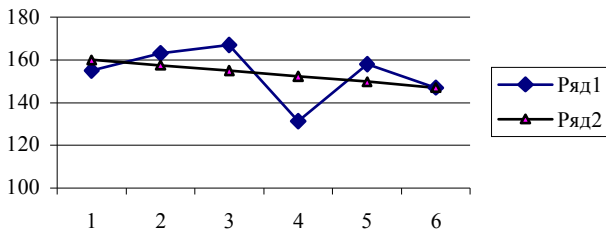
$$\hat{y}_{\text{январь}} = 153,5 - 1,3 \cdot (-5) = 160,0;$$

$$\hat{y}_{\text{февраль}} = 153,5 - 1,3 \cdot (-3) = 157,4; \text{ и т.д.}$$

Результаты заносим в графу 6.

Строим линейный график исходных данных (Ряд 1) и сглаженный ряд (Ряд 2).

Рис. Динамика выпуска



Для оценки адекватности модели вычислим по исходным данным общую дисперсию признака (вспомогательные вычисления в графе 8) и остаточную дисперсию (графа 7):

$$F_{\text{факт}} = \frac{\sigma_{\text{факт}}^2 (n - k)}{\sigma_{\text{ост}}^2 (k - 1)}$$

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 1. Имеются следующие данные о ценах на сахар и объемах его продаж

Месяц	Цена за 1кг, руб	Продано, т
Апрель	20	1,0
Май	25	2,0
Июнь	20	1,0
Июль	20	3,0
Август	30	4,0
Сентябрь	35	7,0

Определить:

- цепные и базисные абсолютные приросты, цепные и базисные темпы роста и прироста товарооборота;
- среднемесячные значения цены и объема продаж;
- для показателя «Цена» на примере июля показать соотношение между базисным и цепными абсолютными приростами.

Задача 2.

Количество дорожно-транспортных происшествий (ДТП) в регионе увеличилось в 2000 году по сравнению с 1995г. на 2 тыс., или на 4%; в 2002 году по сравнению с 2000г. их число возросло на 30%, а в 2005 г. по сравнению с 2002 г. на 2%. Определите количество ДТП в 1995, в 2000, в 2002 и в 2005 гг.

Задача 3.

Имеются данные производстве швейных изделий (тыс.штук)

01.07.01	01.10.01	01.01.02	01.04.02	01.07.02	01.10.02	01.01.03
10	20	15	30	40	45	50

Определить

- среднемесячное значение объема производства в 2002г.;
- среднеквартальные абсолютные приросты и темпы роста в 2001 и 2002 гг.;
- показать соотношение между базисным и цепными темпами роста.

Задача 4.

Имеются данные о выпуске товаров народного потребления фирмой по годам:

Год	Выпуск продукции, млн.руб.	Цепные показатели динамики		
		абсолютный прирост, млн.руб.	коэффициент роста	темпы прироста, %
2000	127,00	-	-	-
2001			1,102	
2002				7,1
2003				
2004	164,60			
2005		5,4		

Вычислить и проставить в таблицу уровни ряда и недостающие показатели динамики.

Задача 5.

Вычислить среднегодовой выпуск учащихся общеобразовательными школами города, если известно, что в 1918-1928 гг. выпускалось в год 1,0 тыс. чел., в 1929-1939 гг. ежегодный выпуск составил 4,5 тыс.чел., в 1940-1941 гг. – 1,4 тыс.чел., в 1942-1950 гг. – 3,7 тыс.чел., в 1951-1960 гг. – 14,3 тыс.чел., в 1961-1975 гг. – 78,2 тыс.чел., в 1976-1980 гг. –94,7 тыс.чел., в 1981-1995 гг. – 122,0 тыс.чел.

Задача 6

Имеются следующие данные об объемах производства сахара

Месяц	Произведено, млн.т
Январь	1,0
Февраль	2,0
Март	2,0
Апрель	3,0
Май	4,0
Июнь	6,0
Июль	7,0
Август	10,0
Сентябрь	7,0
Октябрь	8,0
Ноябрь	10,0
Декабрь	14,0

1) провести выравнивание временного ряда показателя «производство сахара» методом пятизвенной скользящей. Построить график исходных и выровненных значений показателя

2) провести выравнивание временного ряда показателя «производство сахара» аналитическим методом (линейная модель); провести оценку полученной модели. Построить график исходных и выровненных значений показателя

3) определить базисный темп прироста в ноябре месяце.

Задача 7.

Имеются данные о выпуске швейных изделий в 2000 году по месяцам (тыс.штук)

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Выпуск	1	2	1	3	5	6	6	5	3	1	2	1

1) определить цепные абсолютные приросты выпуска продукции;

2) определить, в каком полугодии среднемесячный абсолютный прирост был больше;

3) Построить линейные модели тренда показателя «выпуск швейных изделий»

а) по данным за 1-е полугодие;

б) по данным за 2-е полугодие;

в) по году в целом.

Для каждого случая «а», «б», «в» провести проверку адекватности линейной модели, вычислить коэффициент детерминации, построить графики исходных и выровненных значений показателя

10. Тема «Экономические индексы»

Пример 1. Вычисление индексов.

В таблице приведены данные о ценах и количестве проданных товаров за 2 месяца.

То-вар	Еди-ница изме-рения	Цена, руб.		Количество проданных товаров	
		март, P_0	апрель, P_1	март, q_0	апрель, q_1
Чай	Пачка	20	18	100	150
Кофе	Банка	60	70	200	200
Сыр	Кг	50	50	40	38

Определить индивидуальные и общие индексы цен, физического объема и стоимости товара.

Решение.

Индивидуальный индекс физического объема продукции i_q рассчитывается по формуле

$$i_q = \frac{q_1}{q_0}.$$

Определяем индивидуальные индексы для каждого продукта

$$i_{q \text{ чай}} = q_1 \text{ чай} / q_0 \text{ чай} = 150/100 = 1,5 \text{ или } 150\%,$$

то есть физический объем продаж чая увеличился в 1,5 раза или на $150\% - 100\% = 50\%$;

$$i_{q \text{ кофе}} = q_1 \text{ кофе} / q_0 \text{ кофе} = 200/200 = 1 \text{ или } 100\%,$$

то есть физический объем продаж кофе остался на прежнем уровне;

$$i_{q \text{ сыр}} = q_1 \text{ сыр} / q_0 \text{ сыр} = 38/40 = 0,95 \text{ или } 95\%,$$

то есть физический объем продаж сыра составил 95% от базисного уровня или уменьшился на 5%.

Индивидуальный индекс цены i_p рассчитывается по формуле

$$i_p = \frac{p_1}{p_0}.$$

Определяем индивидуальные индексы для каждого продукта

$$i_{p \text{ чай}} = p_1 \text{ чай} / p_0 \text{ чай} = 18/20 = 0,9 \text{ или } 90\%,$$

то есть цена 1 пачки чая составил 90% от базисного уровня или уменьшилась на 10%.

$$i_{p \text{ кофе}} = p_1 \text{ кофе} / p_0 \text{ кофе} = 70/60 = 1,167 \text{ или } 116,7\%,$$

то есть цена одной банки кофе возросла в 1,167 раза или увеличилась на 16,7% по сравнению с ценой марта.

$i_{p \text{ сыр}} = p_1 \text{ сыр} / p_0 \text{ сыр} = 50/50 = 1$ или 100%, то есть цена 1 кг сыра не изменилась.

Индивидуальный индекс стоимости каждого вида продукции можно определить по формуле

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}$$

или можно применить соотношение между индексом цены и индексом физического объема

$$i_{pq} = i_p \times i_q$$

Используем последнее соотношение:

$$i_{pq \text{ чай}} = i_{p \text{ чай}} \cdot i_{q \text{ чай}} = 0,9 \cdot 1,5 = 1,35 \text{ или } 135\%,$$

то есть стоимость реализации чая увеличилась в 1,35 раза или на 35%;

$$i_{pq \text{ кофе}} = i_{p \text{ кофе}} \cdot i_{q \text{ кофе}} = 1,167 \cdot 1 = 1,167 \text{ или } 116,7\%,$$

то есть стоимость реализации кофе увеличилась на 16,7%;

$i_{pq \text{ сыр}} = i_p \text{ сыр} \cdot i_q \text{ сыр} = 1 \cdot 0,95 = 0,95$ или 95%, то есть товароборот сыра составил 95% от базисного уровня или уменьшился на 5%.

Индекс стоимости продукции, или товарооборота (I_{pq}), представляет собой отношение стоимости продукции текущего периода ($\sum p_1q_1$) к стоимости продукции в базисном периоде ($\sum p_0q_0$) и определяется по формуле

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{18 \times 150 + 70 \times 200 + 50 \times 38}{20 \times 100 + 60 \times 200 + 50 \times 40} = \frac{18600}{16000} = 1,163 \cdot$$

Следовательно, стоимость продукции (товарооборота) в апреле по сравнению с мартом возросла в 1,163 раза (товарооборот составил 116,3%). Стоимость продукции увеличилась на 16,3%, или $18600 - 16000 = 2600$ руб.

Вычисляем общий индекс физического объема по формуле

$$I_q = \frac{\sum p_0q_1}{\sum p_0q_0} = \frac{20 \times 150 + 60 \times 200 + 50 \times 38}{20 \times 100 + 60 \times 200 + 50 \times 40} = \frac{16900}{16000} = 1,056, \text{ т.е. } 105,6\%$$

Таким образом, за счет увеличения физического объема продукции на 5,6% ($105,6\% - 100\%$) ее стоимость в абсолютном выражении увеличилась на 900 руб. ($16900 - 16000$).

Для вычисления общего (агрегатного) индекса цен применим формулу

$$I_p = \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} = \frac{18 \times 150 + 70 \times 200 + 50 \times 38}{20 \times 150 + 60 \times 200 + 50 \times 38} = \frac{18600}{16900} = 1,101$$

Таким образом, в среднем по трем товарам цены выросли в 1,101 раза (или рост цен составил 10,1%). В результате увеличения цен на 10,1% ($110,1\% - 100\%$) покупатели заплатили на 1700 руб. больше в апреле, чем в марте ($18600 - 16900 = 1700$).

Задачи для самостоятельного выполнения

Задача 1.

Имеются данные о продаже товаров в торговых предприятиях района:

Вид товара	Товарооборот действующих цен, тыс.руб.		Изменение цен во 2-м квартале по сравнению с 1-м кварталом, %
	1-й квартал	2-й квартал	
Обувь	60	80	+ 10
Трикотаж	25	30	+ 5
Галантерея	40	35	- 5

Определить: общий индекс цен, общий индекс физического объема товарооборота, общий индекс товарооборота

Задача 2.

Имеются данные о ценах и количестве проданного товара

Вид товара	Единица измерения	Цена, руб.		Реализовано, тыс.ед.	
		1999 г.	2000 г.	1999 г.	2000 г.
Пиво	л	10	11	600	500
Рыба	кг	25	30	100	150

Определить: индивидуальные индексы цен, физического объема и товарооборота

Задача 3.

Цены на потребительские товары и услуги в регионе в январе по сравнению с предшествующим месяцем возросли на 5%, и в феврале по сравнению с январем – на 5%. Как изменились цены в марте по сравнению с февралем, если

- а) общий рост цен за 1 квартал данного года составил 110%
- б) при расчете всех индексов использовались веса декабря предшествующего года

Задача 4.

Имеются данные о себестоимости и произведенной продукции на двух предприятиях

Вид продукции	Предприятие А		Предприятие Б	
	себестоимость, руб.	произведено, шт.	себестоимость, руб.	произведено, шт.
1	375	1018	384	624
2	120	965	120	980
3	415	383	418	1540

Рассчитать индекс себестоимости продукции предприятия А по сравнению с предприятием Б

Задача 5.

Определите изменение физического объема реализации товаров в текущем периоде по сравнению с предыдущим, если товарооборот возрос на 42,3%, а цены повысились на 13,7%

Задача 6.

За месяц реализация приборов возросла на 10 тыс.руб, при этом индекс стоимости продукции составил 110%. Какова была цена 1 прибора в базисном году, если известно, что тогда было продано 100 штук приборов.

Задача 7.

Объем товарной продукции электротехнического завода составлял, тыс.руб.: март – 12000, апрель – 14400, май – 24000. отпускные цены на продукцию завода снижены в среднем в апреле по сравнению с мартом на 0,6 % , а в мае повышены на 5,0% по сравнению с апрелем. Определить изменение физического объема.

Задача 8.

Имеются следующие данные о себестоимости угля и объемах его производства

Месяц	Себестоимость 1 т, руб	Произведено, млн.т
Апрель	120	23,2
Май	121	20,2
Июнь	116	18,7

При условии 100%-ной реализации угля в каждом месяце определите цепные и базисные индивидуальные индексы цен, физического объема реализации и товарооборота. Проверьте взаимосвязь цепных и базисных индексов.

Задача 9.

Как изменилась производительность труда на предприятии, если при том же объеме производимой продукции общие затраты труда снизились на 10%

Задача 10.

Имеются данные о реализации картофеля на рынке города

Рынок	Январь		Февраль	
	Цена за 1 кг, руб	Продано, ц	Цена за 1 кг, руб	Продано, ц
Восточный	2,2	24,5	2,4	21,9
Северный	2,0	18,7	2,1	18,8
Южный	1,9	32,0	1,9	37,4

Определить

- индексы цен переменного состава
- индексы цен фиксированного состава
- индекс структурных сдвигов

12. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

- Харченко : Статистика : Учебник / Н. М. Харченко. - М. : Дашков и К°, 2007. - 366 с. : ил., табл. - Библиогр.: с. 361-363. - ISBN 5-91131-126-7. (Допущен УМО в качестве учебника для студентов вузов)

2. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., перераб. - М. : Высшее образование, 2008. - 478[2] с. - ISBN 978-5-9692-0192-7. (Рекомендовано УМО в качестве учебного пособия для студентов вузов)
3. Практикум по социально-экономической статистике: учебно-методическое пособие для вузов / Академия бюджета и казначейства министерства финансов РФ ; под ред. М. Г. Назарова. — М. : КноРус, 2009. — 359 с. ; 22 см. — ISBN 978-5-390-00203-2. (Рекомендовано УМО в качестве учебно-методического пособия для студентов вузов)
4. Лепихина З.П. Статистика. Учебное пособие. –Изд-во ТУСУРа, Томск, 2005.-284с.
5. Статистика населения с основами демографии: Учебник. - М.: Финансы и статистика, 1990
6. Ядов В. А. Социологическое исследование: методология, программа, методы. М.: Наука, - 1987
7. Тюрин, Ю.Н. Анализ данных на компьютере : учебное пособие для вузов / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров. - 4-е изд., перераб. - М. : Форум, 2008. – 366с.
8. Каминский Л.С. Медицинская и демографическая статистика. – М.: Статистика, 1974
9. Теория статистики: учебник / под ред. Г.Л. Громыко .— 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Инфра-М, 2010 .— 476с. — (Высшее образование) Социальная статистика: Учебник / под ред. чл.-кор. РАН И. И. Елисейевой, М.: Финансы и статистика, 1999 - 416 с.