МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

УТВЕРЖДАЮ
Зав. каф. АОИ, профессор

___________Ю.П. Ехлаков
"____" ___________ 2013 г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
по дисциплине «Теория игр»

для бакалавров направления 080500.62
«Бизнес-информатика»

Разработчик:
доцент каф. АОИ
___________ Н.Ю.Салмина

2013 г.

1. Цели самостоятельной работы

Цель самостоятельной работы по дисциплине – проработка лекционного материала, самостоятельное изучение некоторых разделов курса, связанных с изучением различных классов игр.

2. Содержание самостоятельной работы

2.1. Проработка лекционного материала

Содержание

Формализация принятия решений. Определение и классификация игр. Развернутая и нормальная форма игры. Основные вопросы теории игр.

Антагонистические игры. Принцип минимакса. Защитные стратегии. Понятие смешанной стратегии. Теорема о минимаксе. Решение игр методом линейного программирования. Решение игр 2x2. Игры в позиционной форме.

Бесконечные игры. Игры на единичном квадрате. Решение вогнуто-выпуклых игр.

Игры многих лиц. Конечные бескоалиционные игры. Игры с нестрогим соперничеством, кооперативный вариант. Принципы оптимальности в кооперативных играх. Вектор Шепли. N-ядро.

Методические указания

В данном разделе рассматриваются некоторые вопросы теории игр: представление игр, решение антагонистических игр, бесконечные игры, некооперативные и кооперативные игры.

Игра может быть представлена в одной из двух форм: развернутой (позиционной) или нормальной. Для игр двух лиц нормальная форма игры может принимать вид матричной. У каждой формы представления есть вои достоинства и недостатки. Необходимо представлять, в каких случаях лучше использовать нормальную форму игры, а для каких целей лучше подходит позиционная форма.

При построении игры в позиционной форме особое внимание уделите информационным множествам: без указания информационных множеств игра не представлена! Исключение составляют игры с полной информацией: так как в этих играх каждая вершина представляет отдельное информационное множество, то здесь нет необходимости указывать рассматриваемые множества.

Для удобства, сначала строятся множества очередностей и ходы (альтернативы) игроков. Информационные множества помечаются в самом конце построения. Если вы затрудняетесь с указанием информационных множеств, проведите рассуждения – что игрок знает, а что нет. Если игрок различает две ситуации, то они должны принадлежать разным информационным множествам. Если игрок не различает два состояния игры, то эти состояния относятся к одному информационному множеству. Для самопроверки: из всех вершин, принадлежащих одному информационному множеству должно исходить одинаковое количество альтернатив.

Для каждого класса игр вы должны знать, что является решением игры, какой принцип оптимальности лежит в основе решения и как находить указанное решение (существующие методы).

Для антагонистических игр решением является пара уравновешенных стратегий и цена игры. Это означает, что при использовании любого метода, в качестве результата выступают две оптимальные стратегии и цена игры. Для удобства, перед нахождением решения всегда пытайтесь сначала сократить платежную матрицу. Помните, что при окончательной записи оптимальных смешанных стратегий, размерность векторов должна соответствовать размерности первоначальной матрицы: на месте вычеркнутых стратегий ставятся нули. Самопроверка: цена игры не может превышать значение максимального элемента матрицы и не может быть меньше значения минимального элемента. В итеративном методе окончательным результатом является не построенная таблица, а также две оптимальные стратегии и цена игры. При решении игры методом линейного программирования не забывайте при записи окончательного решения откорректировать цену игры, если вы проводили преобразования матрицы в положительную.

Если антагонистическая игра имеет решение в чистых стратегиях, необходимо приводить все решения (перечислить все имеющиеся седловые точки). Именно поэтому перед сокращением матрицы проверьте, не имеет ли игра решения в чистых стратегиях. Если игра имеет решение только в чистых стратегиях достаточно одного решения.

При решении игр на единичном квадрате прежде всего необходимо определить тип игры: вогнутая, выпуклая или вогнуто-выпуклая. После этого выбирается критерий, по которому будет находиться решение. Для вогнуто-выпуклых игр можно брать как минимаксный, так и максиминный критерий. Здесь при выборе исходите из удобства и простоты нахождения решения (по виду первых производных). Для вогнутых/выпуклых игр критерий строго определен. Здесь неверно выбранный критерий приведет к неверному результату.

Помните, что в выпуклой (вогнутой) игре второй (первый) игрок обязательно имеет решение в чистых стратегиях. В общем случае его противник имеет решение в смешанных стратегиях, но может получиться и чистая (все равно она является частным случаем смешанной стратегии).

В некооперативных играх обычно в качестве решения принимается точка Нэша (равновесная ситуация). К сожалению, в случае множественности решений (при существовании нескольких точек Нэша) возникает затруднение с выбором конкретного решения из-за их несовместимости. Кроме того, поиск равновесных ситуаций значительно затруднен по сравнению с нахождением защитных стратегий. Поэтому предлагается в качестве решения рассматривать защитные стратегии. Для их поиска можно использовать любые методы, используемые для нахождения решения в антагонистических играх. Помните, что теперь у обоих игроков матрицы выигрышей, а значит и для второго игрока оптимальная стратегия ищется по максиминному, а не по минимаксному критерию. В качестве цены игры теперь выступает не одно число, а вектор, показывающий выигрыш каждого игрока: теперь оба игрока могут быть в выигрыше, либо оба могут быть в проигрыше.

Для решения кооперативной игры прежде всего необходимо представить игру в форме характеристической функции. В качестве решения здесь может выступать с-ядро, вектор Шепли, N-ядро. Если игра не имеет с-ядра, то в качестве решения выступает либо вектор Шепли, либо N-ядро. С-ядро – это выпуклый многоугольник, для определения которого необходимо указать координаты его вершин. Не забывайте при записи решения возвращаться к первоначальным переменным. Для самопроверки: в любом дележе, принадлежащем с-ядру каждый игрок и каждая коалиция должны получать не меньше, чем они могут заработать сами по себе. Кроме того, каждый найденный вами вектор (с-ядро) является дележом, а значит сумма его элементов должна равняться выигрышу максимальной коалиции. Проверяйте окончательный результат!

В выпуклых играх вектор Шепли, так же как и N-ядро, является центром с-ядра. Значит в выпуклой игре эти два решения должны совпадать.

Вопросы для самопроверки:

1. Чем отличается нормальная форма игры от позиционной?
2. Что такое смешанная стратегия?
3. Что является решением антагонистической игры?
4. Что такое платежная матрица?
5. Всегда ли антагонистическая игра имеет решение?
6. В чем разница между кооперативными и некооперативными играми?
7. Поясните смысл характеристической функции игры.
8. Что является решением кооперативной игры с нетрансферабельными дележами?
9. Опишите достоинства и недостатки вектора Шепли и N-ядра.
10. В чем заключается оптимальность по Парето?

2.2. Темы для самостоятельной проработки

Каждый студент должен самостоятельно изучить следующие темы, вопросы по которым будут включаться в экзаменационные билеты.

1. Кооперативные игры: оптимальность по Парето, арбитражная схема Нэша.

Если игра задана в нормальной форме, а не в форме характеристической функции, то в качестве решения могут находиться оптимальные стратегии игроков, а не оптимальные дележи.

Оптимальность по Парето является единственно бесспорным критерием оптимальности и зачастую принимается в качестве решения (здесь на доминирование по Парето проверяются вектора средних выигрышей игроков, с учетом возможного применения совместных смешанных стратегий). При этом возникают две проблемы:

- множество оптимальных по Парето решений может быть достаточно большим, в этом случае для определения единственного решения может быть применена арбитражная схема Нэша;
- после того, как найдено решение в виде вектора выигрышей, необходимо перейти к оптимальным стратегиям: в общем случае количество оптимальных совместных стратегий может быть бесконечное множество.

2. Игры с распределением затрат. Уровневый и подушный налоги.

Рассматриваются игры с распределением затрат.

В качестве решения игры могут быть:

- Пропорциональный налог;
- Уровневый налог;
- Подушный налог;
- Вектор Шепли: здесь может быть определен из понятия сбора налогов;
- N-ядро как аналог подушного или уровневого налогов.

3. Кооперативные игры в условиях коалиционного разбиения.

Обратить внимание на понятие *коалиционная структура*, на отличие игр в условиях коалиционного разбиения от просто кооперативных игр.

Игры в форме функции разбиения: рассмотреть понятие дележа, что является решением данного класса игр.

Игры с заданным правилом образования коалиций: рассмотреть понятие конфигурации, пси-устойчивой конфигурации.

Игры угроз и контругроз: рассмотреть понятия индивидуально рациональной конфигурации и коалиционно рациональной конфигурации, понятие партнера коалиции. Чем отличается угроза от контругрозы.

Список рекомендуемой литературы.

1. Салмина Н.Ю. Моделирование систем. Учебное пособие для вузов/МОРФ ТУСУР – Томск, ТУСУР, 197 с., 2002 – 50 экз.
2. Кузин Л.Т. Основы кибернетики. - в 2-х Т., - М.,1979.
3. Гладких Б.А. Лекции по исследованию операций. - Томск, 1979.
4. Данилов Н.Н. Игровые модели принятия решений. -Кемерово, 1981.

5. Печерский С.Л., Яновская Е.Б. Кооперативные игры: решения и аксиомы/ Европейский ун-т в Санкт-Петербурге – 2004.
6. Мулен Э. Кооперативное принятие решений: Аксиомы и модели - М.,1991.
7. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А., Семина Е.А. Теория игр. - М., 1998.