

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»
(ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации

УТВЕРЖДАЮ:

Зав. каф. АОИ, профессор

_____ Ю.П. Ехлаков

«__» _____ 2012 г.

Методические указания для выполнения
самостоятельной работы по дисциплине

Теория вероятностей и математическая статистика

для студентов специальности 231000.62

«Программная инженерия»

Разработчик:

Ст.преподаватель каф. АОИ

_____ З.А.Смыслова

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	3
2. Содержание самостоятельной работы	5
3. Рекомендуемые источники	10
Приложение 1. Список вопросов для подготовки.....	12
Приложение 2. Пример оформления титульного листа	16

1. ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельная работа по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» имеет целью обучение студентов навыкам работы с литературой и применению методов, рассмотренных в процессе изучения дисциплины, к решению практических задач.

Самостоятельная работа студента направлена на **формирование следующих компетенций:**

1) владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (**ОК-1**);

2) умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь (**ОК-2**);

3) готовность к кооперации с коллегами, работе в коллективе (**ОК-3**);

4) демонстрировать понимание основных концепций, принципов, теорий и фактов, связанных с информатикой (**ПК-1**);

5) демонстрировать способность к формализации в своей предметной области с учетом ограничений используемых методов исследования (**ПК-2**);

6) умение готовить презентации, оформлять научно-технические отчеты по результатам выполненной работы, публиковать результаты исследований в виде статей и докладов на научно-технических конференциях (**ПК-5**).

Самостоятельная работа студента содержит следующие формы образовательной деятельности.

Выполнение расчетно-графических работ – это индивидуальная подготовка студента, направленная на практическое применение изученных методов. Обязательные части индивидуальной работы – формализация задания, применение изученных моделей, методов и формул, оформление отчета и интерпретация результата. Для выполнения расчетно-графической работы студенту рекомендуется литература, предоставляется электронная версия демонстрационных материалов к лекциям; студент получает у преподавателя вариант индивидуального задания. Контроль

выполнения индивидуальных заданий – защита отчета на практических занятиях или консультациях.

Формируемые компетенции: ОК-1,2, ПК- 1,2,5.

Проработка лекционного материала – целью этой деятельности является выработка умения выделить главное в прочитанном тексте, провести анализ полученной информации, выстроить взаимосвязи изучаемых понятий и разделов дисциплины. Студенту предоставляется список вопросов для подготовки теоретического материала. Проверка качества этой работы проводится с помощью тестовых и фронтальных опросов, проверки конспектов и отчетов. Формируемые компетенции: ОК-1,2, ПК- 1,2,5.

Самостоятельное изучение материала, подготовка докладов, презентаций – эта часть работы дает возможность студенту участвовать в построении траектории своего обучения. В качестве предмета презентации студентам предлагаются частные модели теории вероятностей или интересные задачи прикладного характера. Важным элементом в этом случае является не столько само изучение, сколько публичность представления результатов работы и коллегиальная форма ее оценки. Формируемые компетенции: ОК-1,2,3 ПК- 1,2,5.

2. СОДЕРЖАНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

2.1 Объем работы по видам заданий в 3 семестре

№	Вид работы	Кол-во часов	Форма контроля
1.	Проработка лекционного материала	16	Тесты, опрос
2.	Индивидуальные задания (РГР)	12	Отчет, защита
3.	Подготовка к коллоквиуму, мини-конференции	7	Опрос, доклад
4.	Подготовка к контрольным работам	6	Контрольная работа
5.	Самостоятельное изучение материала	10	Презентация, доклад
6.	Анализ проблемной ситуации	3	Конспект
	Всего	54	

2.2 Объем работы по видам заданий в 4 семестре

№	Вид работы	Кол-во часов	Форма контроля
1.	Проработка лекционного материала	18	Тесты, опрос
2.	Подготовка к лабораторным работам, оформление отчета	23	Отчет, защита
3.	Подготовка к коллоквиуму, мини-конференции	8	Опрос, доклад
4.	Подготовка к контрольным работам	12	Контрольная работа
5.	Самостоятельное изучение материала	11	Презентация, доклад
	Всего	72	

2.3 Проработка лекционного материала

При подготовке к занятиям студенту рекомендуется ознакомиться со списком вопросов и демонстрационными материалами по предыдущей лекции, электронные версии которых расположены на учебном сервере кафедры АОИ. Если ответ на вопросы вызывает затруднение, необходимо обратиться к литературе, список которой приведен ниже. На каждой лекции проводится теоретический опрос по материалу предыдущей лекции. Для более плодотворной работы рекомендуется распечатать демонстрационные материалы с целью внесения в них дополнений и пояснений во время лекции.

Список вопросов для проработки лекционного материала в третьем семестре приведен в приложении 1.

2.4 Выполнение индивидуальных заданий

При выполнении индивидуального задания необходимо предварительно ознакомиться с теорией по теме задания, выписать основные расчетные формулы, ознакомиться с вариантом задания, расположенным на учебном сервере кафедры АОИ (О:\2 курс\ТВиМС\Задания), и на практическом занятии обсудить с преподавателем возникшие вопросы. Решение задач, аналогичных предложенным в индивидуальном задании, рассматривается на практическом занятии.

После самостоятельного выполнения индивидуального задания и проверки отчета по нему на практическом занятии проводится контрольная (проверочная) работа. Индивидуальные задания, выполненные позже установленного срока, оцениваются с понижением балла или с оценкой «зачтено».

Отчет по индивидуальному заданию должен содержать

- титульный лист;
- условия всех задач;
- подробные решения задач с расчетными формулами и обоснованием выбранного метода решения.

Форма титульного листа приведена в приложении 2.

При оценке индивидуального задания учитывается содержание отчета, правильность применения теоретических положений, объем проведенных самостоятельно расчетов, а также качество оформления, своевременность сдачи и умение студента обосновывать и защищать принятые решения.

2.5 Тематика индивидуальных заданий

2.5.1 Задание 1 «Вероятностные пространства»

Задача 1. Описать пространство событий для данного вероятностного эксперимента. Охарактеризовать приведенные в условии наборы событий: являются ли события несовместными; являются ли они равновероятными.

Задача 2. Построить классическое вероятностное пространство для указанного вероятностного эксперимента. Обосновать возможность применения данной модели. Провести расчет вероятности события.

Задача 3. Построить геометрическое вероятностное пространство для указанного вероятностного эксперимента. Обосновать возможность применения данной модели. Провести расчет вероятности события.

Задача 4. Выбрать подходящее вероятностное пространство для указанного вероятностного эксперимента. Обосновать возможность применения данной модели. Провести расчет вероятности события.

2.5.2 Задание 2 «Свойства вероятностей»

Задача 1. Решить задачу, используя свойства вероятностей (теоремы сложения, умножения, перехода к противоположному событию).

Задача 2. Решить задачу, используя формулу полной вероятности. Пояснить используемые обозначения.

Задача 3. Решить задачу, используя формулу Байеса. Объяснить полученные результаты.

Задача 4. Рассмотреть предложенную ситуацию в терминах повторения испытаний. Объяснить возможность (невозможность) применения схемы испытаний Бернулли. Провести расчеты, пояснить результаты.

2.5.3 Задание 3 «Дискретные случайные величины»

Задача 1. Дан ряд распределения дискретной случайной величины X .

- 1) Построить функцию распределения случайной величины X .
- 2) Найти числовые характеристики положения и рассеивания случайной величины X .
- 3) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины $Y=2X-n$, не записывая ряда распределения случайной величины Y ,
- 4) Проверить результат для случайной величины Y с помощью производящей функции.

Задача 2. Построить ряд распределения случайной величины, описанной в условии задачи. Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

Задача 3. Подобрать закон распределения случайной величины, описанной в задаче. Обосновать возможность применения выбранной модели (биномиальной, геометрической, Пуассона).

2.5.4 Задание 4 «Непрерывные случайные величины»

Задача 1. Дана функция распределения $F(x)$ случайной величины X

- 1) Найдите плотность распределения $f(x)$ с.в. X . Убедитесь, что п.р. удовлетворяет своим характеристическим свойствам.
- 2) Постройте графики функции распределения и плотности распределения (два рисунка).
- 3) Найдите числовые характеристики с.в. X : математическое ожидание; моду; медиану; квантиль, соответствующую вероятности 0,25; среднее квадратичное отклонение; асимметрию и эксцесс. Поясните смысл найденных характеристик.

Задача 2. Дана плотность распределения $f(x)$ с.в. X .

- 1) Используя характеристические свойства плотности распределения, найдите константу a ; постройте график (запишите аналитическое выражение) плотности распределения.

2) Найдите функцию распределения $F(x)$ и постройте ее график. Убедитесь, что ф.р. удовлетворяет своим характеристическим свойствам.

3) Пользуясь функцией распределения, найдите вероятность того, что с.в. X примет значения из промежутка $\left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right]$.

Задача 3. Дана с.в. X , распределенная по нормальному закону $N(a, \sigma)$

1) Запишите функцию плотности распределения с.в. X и постройте ее график. Укажите на графике координаты вершины и точек перегиба.

2) Пользуясь таблицами функции Лапласа, найдите вероятности попадания с.в. X в данные интервалы $(a), (b)$

3) Для случайной величины $Y = \alpha + \beta X$ запишите плотность распределения, используя теорему о линейном преобразовании. Проверьте параметры полученного распределения по свойствам числовых характеристик.

2.5.5 Задание 5 «Системы непрерывных случайных величин»

Задача 1. Дана плотность распределения $f(x, y)$ системы (X, Y) двух непрерывных случайных величин в треугольнике ABC .

1) Найдите константу c .

2) Найдите $f_X(x), f_Y(y)$ - плотности распределения с.в. X и с.в. Y .

3) Выясните, зависимы или нет с.в. X и Y . Сформулируйте критерий независимости системы непрерывных случайных величин.

4) Найдите математическое ожидание и дисперсию с.в. X и с.в. Y . Поясните смысл найденных характеристик.

5) Найдите коэффициент корреляции с.в. X и Y . Являются ли случайные величины коррелированными? Сформулируйте свойства коэффициента корреляции.

б) Запишите уравнение регрессии с.в. Y на X и постройте линию регрессии в треугольнике ABC .

2.5.6 Задание 6 «Предельные теоремы теории вероятностей»

Задача 1. Предельные теоремы теории вероятностей.

Для заданных условий сравнить вероятности, рассчитанные двумя способами:

- 1) с помощью неравенства Чебышева,
- 2) с помощью центральной предельной теоремы (теоремы Муавра-Лапласа)

Задача 2 Распределения математической статистики (работа с таблицами)

По заданной вероятности γ и числу степеней свободы k найти квантиль x_γ , пользуясь соответствующими таблицами:

- 1) стандартного нормального распределения;
- 2) распределения «хи-квадрат»;
- 3) распределения Стьюдента;
- 4) распределения Фишера.

Нарисовать примерный вид графика плотности распределения; указать критическую точку; заштриховать правую часть площади, соответствующую вероятности $\alpha = 1 - \gamma$; записать пояснения к рисунку.

3. РЕКОМЕНДУЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ

3.1 Основная литература

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : Учебное пособие для вузов.- М. : Академия, 2003. – 458 с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей : Учебное пособие для вузов. - М. : Академия, 2005. – 439 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М: Высшая школа, 2008

3.2 Дополнительная литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. - М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2002
2. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Анализ данных на компьютере.-М; Финансы и статистика, 2001
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам. - М. : Айрис-Пресс, 2006. - 287с
4. Палий И.А. Задачник по теории вероятностей : Учебное пособие для вузов / ред. : А. М. Завьялов ; Мин.обр. и науки РФ, Сибирская государственная автомобильно-дорожная академия. - М. : Наука, 2005. - 237с.

3.3 Электронные источники информации

Научно-образовательный портал университета (<http://edu.tusur.ru>), электронный каталог библиотеки ТУСУР (<http://lib.tusur.ru>); ЭБС «Лань» (<http://e.lanbook.com>); электронные информационно-справочные ресурсы вычислительных залов кафедры АОИ

Приложение 1**Список вопросов для подготовки****ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ****1. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ**

1. Неопределяемые понятия теории вероятностей
2. Пространство элементарных событий. Понятие события
3. Сумма событий. Произведение событий. Противоположное событие
4. События несовместные, невозможное, достоверное
5. Алгебра событий. Аксиомы алгебры событий
6. Вероятность. Аксиомы вероятности
7. Вероятностное пространство
8. Классическое вероятностное пространство
9. Геометрическое вероятностное пространство
10. Свойства вероятностей
11. Условная вероятность
12. Независимость пары событий (определение и критерий)
13. Независимость событий в совокупности
14. Полная группа несовместных событий
15. Теорема о полной вероятности
16. Теорема Байеса
17. Повторные независимые испытания
18. Схема испытаний Бернулли
19. Полиномиальная схема испытаний
20. Динамическая схема испытаний

2. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

1. Понятие случайной величины
2. Дискретная случайная величина. Таблица распределения
3. Различные формы закона распределения ДСВ
4. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения
5. Функция распределения случайной величины и ее свойства
6. Преобразование случайной величины (функция от случайной величины)
7. Теоремы о плотности и функции распределения линейного преобразования
8. Теорема о плотности распределения произвольного преобразования
9. Начальные моменты случайной величины

10. Центральные моменты случайной величины
11. Математическое ожидание и его свойства (доказательство)
12. Дисперсия и ее свойства (доказательство)
13. Производящая функция дискретной случайной величины.
Нахождение начальных моментов ДСВ с помощью производящей функции.
14. Мода. Квантили. Характеристики косости и крутости
15. Распределение Бернулли (одноточечное)
16. Биномиальное распределение
17. Геометрическое распределение
18. Распределение Пуассона
19. Сходимость биномиального распределения к распределению Пуассона.
20. Равномерное распределение
21. Экспоненциальное распределение
22. Нормальное распределение
23. Функция Лапласа и ее свойства
24. Вычисление вероятностей для нормального распределения с помощью функции Лапласа

3. СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

1. Дискретная двумерная случайная величина. Матрица распределения, ее свойства
2. Распределения компонент двумерной дискретной случайной величины (условные и безусловные)
3. Критерий независимости компонент двумерной дискретной случайной величины
4. Непрерывная двумерная случайная величина. Плотность распределения и ее свойства
5. Функция распределения и ее свойства
6. Распределения компонент двумерной непрерывной случайной величины (условные и безусловные)
7. Критерий независимости компонент двумерной непрерывной случайной величины
8. Числовые характеристики системы случайных величин
9. Ковариация. Вывод вычислительной формулы
10. Независимость и некоррелированность системы случайных величин (определение и теорема)
11. Свойства математического ожидания. Доказательство теоремы о математическом ожидании суммы случайных величин

12. Свойства дисперсии. Доказательство теоремы о дисперсии суммы (разности) случайных величин
13. Свойства коэффициента корреляции. Доказательство теоремы о величине коэффициента корреляции
14. Свойства коэффициента корреляции. Доказательство теоремы о функциональной линейной связи.
15. Функция регрессии, ее свойства (основное свойство - с доказательством).

4. ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Сходимость последовательности случайных величин по вероятности
2. Сходимость последовательности случайных величин по распределению
3. Понятие асимптотически нормальной СВ. Центральная предельная теорема
4. Предельные теоремы Муавра-Лапласа как следствия центральной предельной теоремы. Условия применения.
5. Неравенство Чебышева. Доказательство для дискретной случайной величины
6. Неравенство Чебышева. Доказательство для непрерывной случайной величины
7. Закон больших чисел (теорема Чебышева)
8. Закон больших чисел (теорема Бернулли)
9. Закон больших чисел (теорема Пуассона).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

1. ОЦЕНКИ И МЕТОДЫ ОЦЕНИВАНИЯ

1. Генеральная совокупность и выборка
2. Параметр и оценка
3. Выборочный метод. Способы отбора
4. Выборочные функции. Статистические копии
5. Распределения, используемые в математической статистике (стандартное нормальное, Стьюдента, «хи-квадрат», Фишера)
6. Способы представления выборки
7. Оценка плотности и функции распределения
8. Понятие точечной оценки параметра
9. Несмещенность. Теорема о начальных моментах
10. Состоятельность. Признак состоятельности для несмещенных оценок. Теорема о начальных моментах
11. Сравнение оценок по эффективности. Неравенство Рао-Крамера

12. Метод моментов. Свойства оценок
13. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок
14. Понятие интервальной оценки. Точность и надежность оценки. Влияние метода отбора на точность оценки. Роль доверительной вероятности
15. Схема построения доверительного интервала

2. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

1. Постановка задачи. Параметрические и непараметрические гипотезы. Основная и альтернативная гипотезы
2. Ошибки первого и второго рода. Форма критической области. Мощность критерия
3. Схема проверки параметрических гипотез
4. Проверка простых гипотез о числовых характеристиках нормальной генеральной совокупности
5. Сравнение параметров нормальной генеральной совокупности
6. Гипотезы о генеральной доле
7. Критерии согласия. Критерий Пирсона
8. Критерии согласия. Критерий Колмогорова
9. Критерии однородности. Критерий Колмогорова-Смирнова
10. Критерии однородности. Критерий знаков
11. Критерии однородности. Критерий Вилкоксона
12. Метод последовательного анализа при проверке параметрических гипотез.

Приложение 2**Пример оформления титульного листа**

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования

**«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ»
(ТУСУР)**

Кафедра автоматизации обработки информации (АОИ)

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Отчет об индивидуальном задании № 1

по дисциплине «Теория вероятностей, математическая
статистика и случайные процессы»

Выполнил:

Студент гр. 421-2

_____ А.С. Багреев

«__» _____ 2012 г.

Проверил:

Ст.преподаватель каф. АОИ,

_____ З.А.Смыслова

«__» _____ 2012 г.