

Министерство образования и науки  
Российской Федерации

ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ  
(ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации  
(АОИ)

УТВЕРЖДАЮ  
Зав. кафедрой АОИ,  
профессор

\_\_\_\_\_ Ю.П. Ехлаков  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2013 г.

**Методические указания по выполнению  
лабораторных работ по дисциплине «Методы  
принятия управленческих решений»  
для студентов направления подготовки  
081100.62 – «Государственное и муниципальное  
управление»**

Разработчик  
доцент кафедры АОИ  
\_\_\_\_\_ Турунтаев Л.П.

20013 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.....	4
2. Моделирование деятельности объектов управления.....	5
2.1. Постановка однокритериальной задачи использования ресурсов в условиях определенности.....	8
2.2. Задача транспортного типа.....	8
2.3. Задача о назначениях.....	8
2.4. Задача о коммивояжере.....	9
2.5. Задача векторной оптимизации.....	10
3. Моделирование деятельности субъектов управления.....	11
4. Требования к содержанию и оформлению лабораторных работ.....	16
Лабораторная работа 1. Решение и анализ моделей задач линейного программирования.....	17
Лабораторная работа 2. Задачи линейного программирования транспортного типа.....	18
Лабораторная работа 3. Моделирование, решение и анализ однокритериальных задач управления.....	20
Лабораторная работа 4. Моделирование и решение задач целочисленного программирования.....	29
Лабораторная работа 5. Моделирование и решение задач управления векторной оптимизации.....	38
Лабораторная работа 6. Однокритериальные задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности.....	42
Лабораторная работа 7. Многокритериальные задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности.....	47
Лабораторная работа 8. Групповые методы принятия маркетинговых решений. Знакомство с компьютерной игрой «Дельта».....	49
Лабораторная работа 9. Групповые методы принятия производственных решений.....	50
4. Список используемой литературы.....	51

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Данное руководство предназначено для выполнения лабораторных работ по курсу «Методы принятия управленческих решений» с целью закрепления знаний по моделям и алгоритмам выбора решений в условиях определенности, риска и неопределенности, приобретения навыков моделирования и решения задач принятия решений с помощью пакетов прикладных программ (ППП).

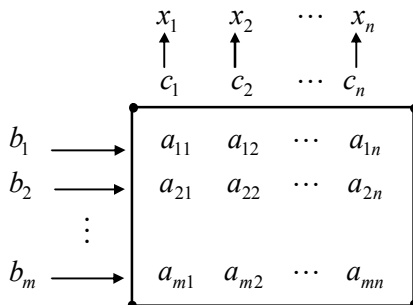
Руководство включает краткое описание задач принятия решений, методы их решения, задания на выполнение лабораторных работ.

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.

### 2.1. Постановка однокритериальной задачи использования ресурсов в условиях определенности

Рассмотрим задачу линейного программирования об оптимальном использовании ресурсов.

Пусть предприятие изготавливает  $n$  видов продуктов (рис. 2.1), располагая  $m$  видами ресурсов в количестве  $b_1, b_2, \dots, b_m$ . Известна матрица  $A = \|a_{ij}\|$  расходов  $i$ -го ресурса на изготовление одной единицы  $j$ -го продукта ( $i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$ ). Эффективность (прибыль) выпуска единицы  $j$ -го продукта равна  $c_j$ . Требуется определить план выпуска продукции  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , максимизирующий прибыль предприятия.



Для  
модель 1

Рис. 2.1. Формализованное описание задачи

тическая

$$Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m}, \quad (2.2)$$

$$x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.3)$$

Ограничения (2.2) представляют собой многогранное множество допустимых решений ЗЛП. Если многогранное множество ограничено, то оно называется многогранником. Многогранное множество в ЗЛП выпукло, содержит крайние (угловые) точки  $X_1, X_2, \dots, X_k$ , удовлетворяющие следующим условиям

- 1) любая точка  $X$  может быть представлена как выпуклая линейная комбинация угловых точек;
- 2) каждой угловой точке соответствует базисный допустимый план ЗЛП.

Базисный план задачи (2.1)–(2.2) всегда имеет не более  $m$  (если ограничения являются линейно независимыми ( $m < n$ )) отличных от нуля координат. Они называются базисными. Если таких координат, отличных от нуля, меньше  $m$ , то базисный план называется вырожденным. Допустимый план  $X$  ЗЛП называется оптимальным, если целевая функция (2.1) достигает своего экстремального значения в точке(ах)  $X^*$ . Оптимальный план  $X^*$  всегда является базисным планом.

На рис. 2.2 представлена геометрическая интерпретация ЗЛП для случая двух переменных  $x_1$  и  $x_2$ . Геометрически целевая функция — семейство параллельных прямых уровня цели  $Z$ , множество допустимых решений — выпуклый многоугольник.

Для решения ЗЛП Г. Данцигом был предложен симплекс-метод. В основу симплекс-метода положено поэтапное движение к оптимуму  $X^*$  от исходной угловой точки области допустимых решений к рядом лежащей угловой точке, позволяющее последовательно улучшать значение целевой функции. Так как угловая точка характеризуется  $m$  базисными переменными, то на каждом этапе встают вопросы: какие переменные выбирать за базисные, а какие — за небазисные. Ответы на вопросы дает симплекс-алгоритм, который характеризуется сходимостью

(последовательностью улучшения решений) и конечностью в силу конечности множества угловых точек.

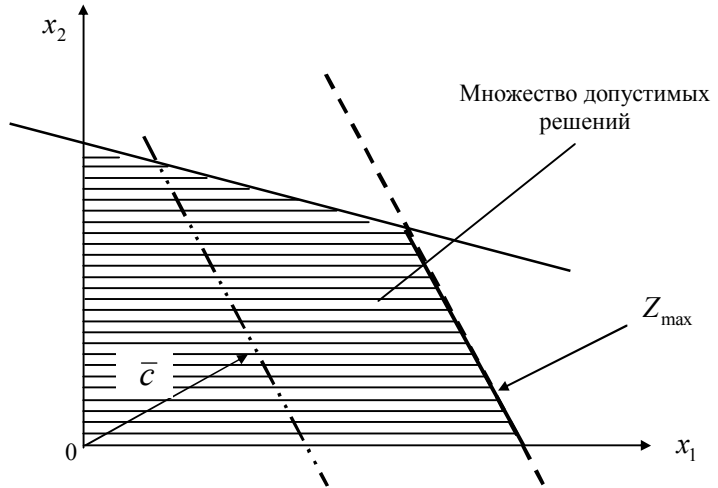


Рис. 2.2. Геометрическая интерпретация ЗЛП

Для любой задачи ЛП всегда существует обратная (двойственная) ей задача.

<p>Если прямая задача:</p> $\max : Z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (2.4)$ $\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.5)$ $x_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (2.6)$	$y_i$	<p>то двойственной будет задача:</p> $f = \sum_{i=1}^m b_i y_i \quad (2.7)$ $\sum_{i=1}^m a_{ij} y_i \geq c_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (2.8)$ $y_i \geq 0, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.9)$
--	-------	---

Пара задач (2.4)–(2.6) и (2.7)–(2.9) называется симметричной парой двойственных задач, где  $y_i$  — двойственная оценка. В содержательной постановке, если  $x_j$  — продукт,  $b_i$  — ресурс,  $c_j$  — прибыль, то в двойственной задаче  $y_i$  — оценка ресурса (его дефицитность).

В линейном программировании существуют следующие теоремы двойственности [2, 3].

1. Если одна из двойственных задач ЛП имеет оптимальное решение, то и другая его имеет, причем  $\sum_{j=1}^n c_j x_j = \sum_{i=1}^m b_i y_i$ , в других случаях  $\sum_{j=1}^n c_j x_j < \sum_{i=1}^m b_i y_i$ . Если целевая функция одной из ЗЛП не ограничена, то система условий другой противоречива.

2. Чтобы допустимые решения  $X$  и  $Y$  пары двойственных задач были оптимальными, необходимо и достаточно выполнение условий:

$$x_j \cdot \left( \sum_{i=1}^n a_{ij} y_i - c_j \right) = 0, \quad j = \overline{1, n}$$

$$y_i \cdot \left( \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i \right) = 0, \quad i = \overline{1, m}$$

Получить решение двойственной задачи можно из оптимальной симплекс-таблицы прямой задачи. Допустим из оптимальной симплекс-таблицы получили оптимальные значения основных и дополнительных переменных прямой и двойственной задач:

Строка $Z_{opt}$	$0 \cdot x_1$	$5 \cdot x_2$	$0 \cdot x_3$	$12 \cdot x_4$	$0 \cdot x_5$
Решение $X^*$	Основные			Дополнительные	
	$x_1 = 6$	$x_2 = 0$	$x_3 = 4$	$x_4 = 0$	$x_5 = 8$
Решение $Y^*$	Дополнительные			Основные	
	$y_3 = 0$	$y_4 = 5$	$y_5 = 0$	$y_1 = 12$	$y_2 = 0$

Тогда:

$x_j$  (основные),  $j = \overline{1, n}$  — план выпуска продукции;

$x_j$  (дополнительные),  $j = \overline{n+1, n+m}$  — остаток ресурса  $b_i$ ;

$y_i$  (основные) — оценка дефицитности ресурса  $i$ , отражающая изменение целевой функции при изменении ресурса на одну единицу;

$$y_i \text{ (основные)} = \frac{\Delta Z}{\Delta b_i}, \quad i = \overline{1, m};$$

$y_i$  (дополнительные),  $i = \overline{m+1, m+n}$  свидетельствуют об убытке производства продуктов  $x_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ .

## 2.2. Задача транспортного типа

Имеется  $m$  поставщиков и  $n$  потребителей однородной продукции, возможности и потребности которых соответственно равны  $a_i$  и  $b_j$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ . Стоимость перевозки одной единицы продукции из пункта  $i$  в пункт  $j$  равна  $C_{ij}$ . Определить план перевозки продукции от поставщиков к потребителям  $x_{ij}$ , минимизирующий общую стоимость всех перевозок.

Математическая постановка задачи:

$$\min : Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (2.10)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq b_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (2.11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq a_i, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.12)$$

Ограничение (2.11) накладывается на спрос  $j$ -го потребителя, ограничение (2.12) — на возможности  $i$ -го поставщика. Если

$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$ , то задача называется закрытой, в противном случае — открытой.

## 2.3. Задача о назначениях

Имеется  $m$  потенциальных исполнителей ( $j = \overline{1, m}$ ) соответственно одной из имеющихся  $m$  работ ( $i = \overline{1, m}$ ). Известны затраты  $c_{ij}$  на выполнение  $j$ -м исполнителем  $i$ -й работы. Требуется назначить каждого исполнителя на одну работу так, чтобы минимизировать суммарные затраты. Математическая постановка задачи:

$$\min : Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (2.13)$$

при ограничениях:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, m} \quad (2.14)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n} \quad (2.15)$$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если работа } i \text{ поручается } j\text{-му исполнителю;} \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (2.16)$$

Ограничение (2.14) указывает, что на каждую  $i$ -ую работу должен быть назначен только один исполнитель. Ограничение (2.15) указывает, что каждый  $j$ -й исполнитель должен быть назначен для выполнения только одной работы. Если число работ не равно числу потребителей, то задача о назначениях называется задачей открытого типа, в противном случае — закрытого.

#### 2.4. Задача о коммивояжере

Коммивояжер (посыльный, развозчик заказанной продукции) должен посетить каждый из  $n$  пунктов, связанных между собой дорогами, только один раз и вернуться в исходный пункт. Его маршрут должен минимизировать суммарную длину пройденного пути.

Формализуем задачу.

Пусть известна матрица  $C = \|c_{ij}\|$  расстояний между пунктами  $i$  и  $j$  ( $i = \overline{1, n}$ ;  $j = \overline{1, n}$ ;  $i \neq j$ ). В качестве неизвестной величины введем переменную

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если коммивояжер из пункта } i \text{ переезжает в пункт } j; \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Модель задачи о коммивояжере будет иметь вид

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}, \quad (2.17)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}; \quad (2.18)$$



$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}; \quad (2.19)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, n}; \quad j = \overline{1, n}. \quad (2.20)$$

Еще одно ограничение сформулируем следующим образом: искомые переменные  $x_{ij} \in \{0, 1\}$  должны образовывать полный контур, включающий все пункты.

Ограничение (2.18) говорит о том, что коммивояжер должен в каждый пункт  $j = \overline{1, n}$  заехать только один раз, а ограничение (2.19) – из каждого пункта  $i = \overline{1, n}$  выехать только один раз. Ограничения (2.18)–(2.20) и дополнительное ограничение на маршруте коммивояжера создают так называемый гамильтоновский контур (по имени ирландского математика У. Гамильтона).

## 2.5. Задача векторной оптимизации

В жизни целенаправленная деятельность человека устроена так, что приходится учитывать не одну, а сразу несколько целей. Оптимизация решения задачи отдельно по каждому из критериев приводит к различным вариантам. Решение задачи с учетом всех предлагаемых критериев находится в компромиссной области решений (множестве Парето). Множество компромиссных решений обладает свойством противоречивости: улучшение качества решений по одним критериям вызывает ухудшение качества других. Это обстоятельство и является причиной того, что методы решения многокритериальных задач предусматривают в том или ином виде учет мнения лица, принимающего решение. Чтобы выбрать из области Парето лучшие решения, ЛПР обязан ввести соответствующие принципы выбора компромиссного решения, приводящие к тому или иному методу решения задачи. Рассмотрим наиболее часто употребляемые методы решения многокритериальных задач.

### 1. Сведение многокритериальной задачи к однокритериальной.

Наибольшее распространение получил подход определения глобального критерия (суперкритерия) в виде взвешенной суммы

$$\text{критериев } y_0 = \sum_{i=1}^n \alpha_i y_i^H,$$

где  $y_i^H$  — отнормированное значение  $i$ -го критерия ;

$\alpha_i$  — коэффициент относительной важности  $i$ -го критерия (весовой коэффициент);

$$0 \leq \alpha_i \leq 1, \quad i = \overline{1, n}; \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1.$$

### 2. Выделение главного критерия

Критерии располагаются в порядке убывания важности. Решается задача по первому (важному) критерию, а в ограничениях прописываются дополнительно ещё условия на предельные изменения остальных критериев.

### 3. Метод последовательных уступок

Критерии располагаются в порядке убывания важности.

Решается задача по первому (важному) критерию. Определяется оптимальное решение и значение целевой функции по первому критерию. Далее решается задача по второму критерию, при этом в ограничении дополнительно прописывается ещё условие на изменение первого критерия (делается уступка ухудшения решения по первому критерию). И так далее для других критериев. На последнем шаге решается задача поиска решения по  $n$ -му критерию с учетом уступок по  $(n-1)$  наиболее важным критериям, и решение этой задачи принимается в качестве решения исходной многокритериальной задачи.

## 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СУБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ.

В реальной практике выбор альтернативы под влиянием внешней среды, неподдающемуся точному прогнозу и имеющему случайный характер, приводит к одному из нескольких возможных исходов. Для осуществления выбора наилучшего решения необходимо оценивать возможные исходы альтернатив в зависимости от возможных ситуаций (состояний) внешней среды и целевых установок. Такая комплексная оценка решения не может быть произведена без участия **субъекта управления**, без учета системы его взглядов (системы предпочтений) на ценность альтернатив.

Сделаем формальное описание задачи.

Пусть  $E\{e_1, \dots, e_n\}$  — множество возможных состояний;

$Z = \{z_1, \dots, z_l\}$  — множество целей системы управления;

$X = \{x_1, \dots, x_m\}$  — множество альтернатив;

$Y$  — множество исходов альтернатив.

Исход  $y \in Y$  может быть представлен в виде функции трех аргументов, ставящей в соответствие каждой тройке  $(x_i, e_j, z_q)$ ,  $x_i \in X$ ,  $e_j \in E$ ,  $z_q \in Z$  величину

$y_{ijq} = F(x_i, e_j, z_q)$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ,  $q = \overline{1, l}$ . Матрицу  $Y = \|y_{ijq}\|$  называют матрицей исходов, оценочным функционалом, функцией предпочтения (в литературе даются и другие названия [1-3]).

Необходимо построить модель оценки альтернативных решений в соответствии с предпочтением ЛПП.

Для обеспечения комплексной оценки решений необходимо сформулировать для полного множества целей систему показателей (критериев), характеризующих степень их достижения. Множеству целей  $Z$  сопоставим множество критериев  $K$ . В частном случае каждой цели  $z_q \in Z$  может быть сопоставлен один свой критерий  $k_q \in K$ .

Полученная в процессе подготовки решения информация о множестве целей, критериев их достижения, приоритетов целей и критериев, значений (качественных или количественных оценок) критериев по оцениваемым альтернативам в предполагаемых возможных ситуациях их реализации уменьшает неопределенность задачи и обеспечивает условия для выбора наилучшего решения.

Оценка альтернатив  $X$ , производится на базе возможной информации о критериях  $K$ , и предполагаемых состояниях внешней среды  $E$  при реализации этих альтернатив (табл. 3.1).

Таблица 3.1 - Информация для оценки альтернатив

Критерии К		Состояния Е	
Мощность К	Шкала измерения	Мощность Е	Описание Е
Один критерий	Качественная и (или) количественная	Одно состояние	Определенность
Много критериев		Много состояний	Риск Неопределенность

Наличие и отсутствие той или иной информации позволяет выделить характерные типы индивидуальных задач принятия решений.

1. Один критерий  $k$ , качественные и (или) количественные оценки измерения альтернатив, одно состояние внешней среды  $e$ .

Таблица 3.2 - Тривиальная ЗПР

Альтернатива	Исход
$x_1$	$y(x_1)$
...	...
$x_i$	$y(x_i)$
...	...
$x_m$	$y(x_m)$

Для таких задач принятия решений в условиях определенности каждой альтернативе  $x_i, i = \overline{1, m}$  соответствует однозначно исход  $y(x_i)$ , измеренный по критерию  $k$ , (табл. 3.2).

Наилучшей

альтернативой будет считаться альтернатива  $x_e^*$ , у которой исход  $y(x_e^*)$  будет принимать экстремальное значение

$$x_e^* = \arg \max_{x_i} (\min) y(x_i).$$

2. Много критериев  $k_q \in K, q = \overline{1, n}$ , качественная и (или) количественная шкала измерения критериев, одно состояние внешней среды  $e$ .

Для таких многокритериальных ЗПР в условиях определенности исход альтернативы  $x_i$  оценивается через критериальные оценки  $y(x_i, k_q), q = \overline{1, n}$  (табл. 3.3).

Таблица 3.3 - Задача векторной оптимизации

Альтернатива	Исход				
	$k_1$	...	$k_q$	...	$k_n$
$x_1$	$y(x_1, k_1)$	...	$y(x_1, k_q)$	...	$y(x_1, k_n)$
...	...	...	...	...	...
$x_i$	$y(x_i, k_1)$	...	$y(x_i, k_q)$	...	$y(x_i, k_n)$
...	...	...	...	...	...
$x_m$	$y(x_m, k_1)$	...	$y(x_m, k_q)$	...	$y(x_m, k_n)$

Для определения наилучшей альтернативы следует перейти к одной (ранговой либо абсолютной) шкале измерения критериев. Далее следует свернуть критерии в один и перейти к тривиальной задаче, рассмотренной выше. Либо применить известные схемы поиска компромиссных решений задач векторной оптимизации, либо применить известные методы решения многокритериальных ЗПР на основе четкого и нечеткого отношения предпочтения альтернатив (например, методы порогов несравнимости «Электра»), нечетких бинарных отношений [2].

3. Один критерий  $k$ , качественная или количественная шкала измерения, много состояний внешней среды  $e_j \in E, j = \overline{1, n}$ .

Реализация альтернативы  $x_i$ , оцениваемой по критерию  $k$  в зависимости от ситуации  $e_j$  может привести к исходу  $y(x_i, e_j)$  (табл. 3.4).

Таблица 3.4 - Задача ПР в условиях риска и неопределенности

Альтернатива	Исход				
	$e_1$	...	$e_j$	...	$e_n$
$x_1$	$y(x_1, e_1)$	...	$y(x_1, e_j)$	...	$y(x_1, e_n)$
...	...	...	...	...	...
$x_i$	$y(x_i, e_1)$	...	$y(x_i, e_j)$	...	$y(x_i, e_n)$
...	...	...	...	...	...
$x_m$	$y(x_m, e_1)$	...	$y(x_m, e_j)$	...	$y(x_m, e_n)$

Оценку исходов приводят к одной шкале измерения. Если известны вероятности  $p_j(e_j)$  наступления ситуаций  $e_j$ , то определение наилучшей альтернативы может быть произведено через критерии выбора решений в условиях риска (например, по критерию Байеса). При отсутствии информации о вероятностях  $p_j(e_j)$  в зависимости от наличия или отсутствия дополнительной информации о предпочтениях наступления ситуаций, от активности поведения (противодействия) элементов внешней среды применяют соответствующие способы выбора альтернатив.

4. Много критериев  $k_q \in K, q = \overline{1, e}$ , качественная и (или) количественная шкала измерения критериев, много состояний внешней среды  $e_j \in E, j = \overline{1, n}$ .

Реализация альтернативы  $x_i$ , оцениваемой по критериям  $k_q, q = \overline{1, e}$  в ситуации  $e_j, j = \overline{1, n}$  может привести к исходу  $y(x_i, e_j, k_q)$ . Для определения наилучшей альтернативы в зависимости от конкретной постановки ЗПР реализуют один из подходов:

1) по каждой альтернативе  $x_i, i = \overline{1, m}$  и по каждой ситуации  $e_j, j = \overline{1, n}$  получают методом свертки критериев критериальную оценку  $y(x_i, e_j)$  и переходят к рассмотренной выше типовой задаче 3;

2) по каждой альтернативе  $x_i, i = \overline{1, m}$  и по каждому критерию  $k_q, q = \overline{1, e}$  получают среднестатистическую оценку исхода  $y(x_i, k_q)$ , затем переходят к рассмотренной выше типовой задаче 2.

В целом, для построения модели интегральной оценки решений следует придерживаться следующей схемы (рис. 3.2):

1) получить оценки предпочтительности каждого из решений по каждому критерию для каждой ситуации  $y_{ijq}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, q = \overline{1, l}$  (данные критериальной оценки могут быть измерены в качественной и(или) количественной шкале);

2) в зависимости от конкретной постановки ЗПР следует получить комплексную оценку решений по совокупности критериев для каждой ситуации  $y_{ij}(K)$  либо комплексную оценку решений по совокупности ситуаций для каждого критерия  $y_{iq}(E)$ ;

3) получить интегральную оценку решений на множестве критериев с учетом возможных ситуаций  $y_i(K, E)$ .

Модель оценки решений в частных постановках может быть записана в виде функциональной зависимости от параметров, характеризующих внешнюю среду, и локальных критериев. Как правило, модель оценки решений носит более сложный характер

причинно-следственных связей и не описывается простыми формальными соотношениями.

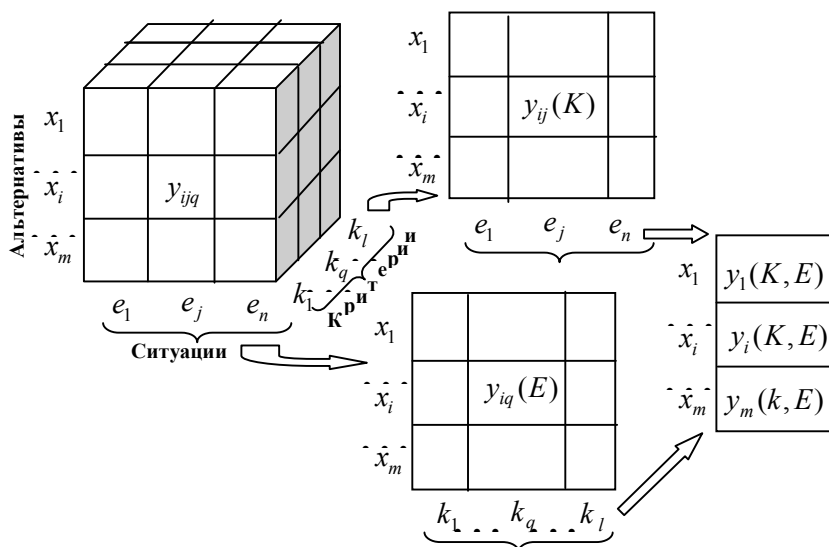


Рис. 3.2. Схема получения интегральной оценки решений

#### 4. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Лабораторная работа представляется к защите в виде отчета, содержащего постановку и решение задач линейного программирования, указанных в задании на работу. В отчет включаются следующие пункты:

- 1) номер варианта и текст задачи;
- 2) таблица исходных данных;
- 3) математическая модель задачи в общем виде с указанием физического смысла переменных, целевой функции и ограничений;
- 4) математическая задача в числовой форме;
- 5) методы решения задачи;
- 6) результаты решения и их содержательная интерпретация, включая физический смысл всех вспомогательных переменных, введенных при решении задачи.

## Лабораторная работа № 1

Тема: Решение и анализ моделей задач линейного программирования

*Цель работы:* освоить пакет прикладных программ (ППП) по линейному программированию (ЛП) и закрепить навыки поиска и анализа решения задач на ПЭВМ.

*Задание на лабораторную работу:*

- 1) ознакомиться с ППП ЛП;
- 2) получить задачу у преподавателя;
- 3) решить полученную задачу графически, решить ее с помощью ППП ЛП;
- 4) перейти от исходной задачи ЛП к двойственной, решить ее с помощью ППП ЛП;
- 5) показать справедливость утверждений теорем линейного программирования:
  - о расположении точки оптимума в ограниченном и неограниченном множестве допустимых решений;
  - о составляющих вектора оптимальных решений для вырожденного и невырожденного базисного плана, для множества оптимальных решений;
  - о необходимом и достаточном условии существования точки оптимума прямой и двойственной задач;
- 6) найти связь между прямой и обратной задачами ЛП для случая вырожденности и множеством оптимальных решений;
- 7) дать анализ оптимального решения задачи ЛП.
- 8) подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

Контрольные вопросы.

1. Дайте экономическую и геометрическую интерпретацию задач линейного программирования.
2. В чем заключается сущность методов математического программирования?
3. Какова идея симплекс-метода решения задач линейного программирования?
4. В чем отличие прямого, двойственного и двухэтапного симплекс-алгоритмов?
5. Сформулируйте теоремы двойственности.
6. Дайте экономическую интерпретацию теорем двойственности.



7. Как делается анализ дефицитности ресурсов? Как определить интервалы изменения запасов ресурсов при их дефицитности?
8. Как делается анализ цен на продукты?

## Лабораторная работа № 2

Тема: Задачи линейного программирования транспортного типа

*Цель работы:* закрепить навыки решения задач транспортного типа: классические транспортные задачи, с промежуточными пунктами, о назначениях, о коммивояжере. Для каждой из задач дать математическую постановку, найти решение.

*Задание на лабораторную работу:*

1. Решить транспортную задачу.

Заводы автомобильной промышленности расположены в Москве, Нижнем Новгороде, Тольятти, Минске. Основные центры распределения продукции сосредоточены в пяти городах. Данные ежеквартальных объемов производства автомобилей указанных заводов, величины квартального спроса в центрах распределения автомобилей, стоимость перевозки одного автомобиля по железной дороге между заводами и центрами распределения получить у преподавателя.

Найдите план перевозок с помощью ППП :

а) исходной задачи двумя способами: симплекс-методом SIMPL и методом потенциалов TRANS;

б) задачи с измененными условиями исходной в сторону увеличения объемов производства программой TRANS;

в) задачи с измененными условиями исходной в сторону увеличения центров спроса;

г) задачи с условиями (в) и с учетом штрафа за недопоставленный автомобиль в первый центр — 3 тыс. руб., в третий — 3,5 тыс. руб.;

д) задачи с условиями (б) и обязательными отправлениями автомобилей с завода г. Нижнего Новгорода.

2. Придумать задачу о назначениях размерностью  $4 \times 4$ . Решить ее программой SIMPL, TRANS и NAZN;

### 3. Задача о коммивояжере.

Рассыльному почтового отделения связи необходимо развести корреспонденцию подписчикам таким образом, чтобы минимизировать время на объезд подписчиков:

- а) начиная и заканчивая почтовым отделением (считать, что оно располагается в одном здании с подписчиком № 1);
- б) начиная с подписчика № 1 без возврата в почтовое отделение;
- в) начиная с подписчика № 3 без возврата в почтовое отделение.

Решить задачу алгоритмами Литтла (программа КОММ) и исключения подциклов (программой NAZN).

Варианты задач получить у преподавателя.

4. подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

### Контрольные вопросы.

1. Дайте содержательную и математическую постановку транспортной задачи линейного программирования.
2. Можно ли решить транспортную задачу линейного программирования симплекс-методом?
3. Сколько базисных переменных должно быть в допустимом плане решения транспортной задачи?
4. Сформулируйте математическую постановку двойственной ТЗЛП.
5. В чем идея распределительного метода решения транспортной задачи?
6. В чем отличие метода потенциалов от распределительного метода?
7. Укажите способы решения ТЗЛП с промежуточными пунктами.
8. Можно ли решить задачу о назначениях методом, используемым для решения ТЗЛП?

### Лабораторная работа № 3

Тема: Моделирование, решение и анализ однокритериальных задач управления.

*Цель работы:*

1. Построение математической модели реальных ситуаций в виде задачи ЛП.
2. Изучение возможностей пакетов прикладных программ для решения ЗЛП
3. Решение индивидуальной задачи путем построения математической модели и использования пакета
4. Анализ решений задачи ЛП.

*Порядок выполнения работы:*

1. Знакомство с пакетом ПП
2. Изучение, математическое моделирование тестовой задачи.
3. Выполнение индивидуального задания.
  - a) составление математической модели ,
  - b) ввод и решение задачи,
  - c) анализ оптимального решения на чувствительность к изменениям исходных данных.

Составление подробного отчёта по лабораторной работе, в котором представляется:

- формулировка индивидуального задания,
- математическая модель и пояснение к её построению,
- входная таблица с экрана монитора и выходные таблицы для всех опций программы и содержательные пояснения к ним,
- выводы по лабораторной работе.

### Варианты заданий

Задача 1.

На швейной фабрике для изготовления четырёх видов изделий может быть использована ткань трёх артикулов. Нормы расхода тканей всех артикулов на пошив одного изделия приведены в таблице. В ней так же указаны имеющиеся в распоряжении фабрики общее количество тканей каждого артикула и цена изделия данного вида. Определить, сколько изделий

каждого вида должна произвести фабрика, чтобы стоимость изготовленной продукции была максимальной.

Таблица 1

Артикул ткани	Норма расхода ткани (м) на одно изделие вида				Общее количество о ткани
	1	2	3	4	
I	1	-	2	1	180
II	-	1	3	2	210
III	4	2	-	4	800
Цена изделия (руб.)	9	6	4	7	

## Задача 2.

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три типа основного оборудования: токарное, фрезерное и шлифовальное. Затраты времени на изготовление единицы продукции для каждого из типов оборудования приведены в таблице. В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждого из типов оборудования, а также прибыль от реализации одного изделия данного вида. Определить такой объем выпуска каждого из изделий, при котором общая прибыль от их реализации является максимальной.

Таблица 2

Тип оборудова ния	Затраты времени (станко-ч) на единицу продукции вида				Общий фонд рабочего времени (станко-ч)
	1	2	3	4	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	-	2	1	70
Шлифова льное	1	2	1	-	340
Прибыль от реализаци и единицы продукци и (руб.)	8	3	2	1	

## Задача 3.

Для перевозок груза на трёх линиях могут быть использованы суда трёх типов. Производительность судов при использовании их на различных линиях характеризуются данными, приведёнными в таблице. В ней же указаны общее время, в течение которого суда каждого типа находятся в эксплуатации, и минимально необходимые объёмы перевозок на каждой линии. Определить, какие суда, на какой линии и в течение какого времени следует использовать, чтобы обеспечить максимальную загрузку судов с учётом возможного времени их эксплуатации.

Таблица 3

Тип судна	Производительность судов (млн.тонномиль в сутки) на линии			Общее время эксплуатации судов
	1	2	3	
I	8	14	11	300
II	6	15	13	300
III	12	12	4	300
Заданный объём перевозок (млн. Тонно-миль)	3000	5400	3300	

## Задача 4.

Найти решение, состоящее в определении плана изготовления изделий А, В и С, обеспечивающего максимальный их выпуск, в стоимости выраженной с учётом ограничений на возможное использование сырья трёх видов. Нормы расхода сырья каждого вида на одно изделие, цена одного изделия соответствующего вида, а также имеющегося сырья, приведены в таблице.

Таблица 4

Вид сырья	Нормы затрат (кг) на одно изделие			Общее количество сырья (кг)
	А	В	С	
I	18	15	12	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Цена одного изделия (руб.)	9	10	16	-

## Задача 5.

На ткацкой фабрике для изготовления трёх артикулов ткани используются станки двух типов, пряжа и красители. В таблице указаны производительность станка каждого типа, нормы расхода пряжи и красителей, цена 1 метра ткани данного артикула, а также общий фонд рабочего времени станков каждого типа, имеющихся в распоряжении фабрики фонды пряжи и красителей и ограничения на возможный выпуск тканей данного артикула.

Таблица 5

Ресурсы	Нормы затрат на 1 м ткани артикула			Общее количество ресурсов
	1	2	3	
Производительность станков (станко-ч):				
I типа	0,02	-	0,04	200
II типа	0,04	0,03	0,01	500
Пряжа (кг)	1,0	1,5	2,0	15000
Красители (кг)	0,03	0,02	0,025	450
Цена 1м ткани (руб.)	5	8	8	-
Выпуск ткани (м):				
Минимальный	1000	2000	2500	-
Максимальный	2000	9000	4000	-

## Задача 6.

Машиностроительное предприятие для изготовления четырёх видов продукции использует токарное, фрезерное, сверлильное, расточное и шлифовальное оборудование, а также комплектующие изделия.

Кроме того, сборка изделий требует выполнения определённых сборочно-наладочных работ. Нормы затрат всех видов на изготовление каждого из изделий приведены в таблице. В этой же таблице указаны наличный фонд каждого из ресурсов, прибыль от реализации единицы продукции данного вида, а также ограничения на возможный выпуск продукции 2-го и 3-го вида.

Найти план выпуска продукции, при котором прибыль от её реализации является максимальной.

Таблица 6

Ресурсы	Нормы затрат на изготовление одного изделия				Общий объём ресурсов
	1	2	3	4	

Производительность оборудования (человек-ч):					
Токарного	550	-	620	-	64270
Фрезерного	40	30	20	20	4800
Сверлильного	86	110	150	52	22360
Расточного	160	92	158	128	26240
Шлифовального	-	158	30	50	7900
Комплекующие изделия	3	4	3	3	520
(шт) Сборочно-наладочные работы (человек-ч)	4,5	4,5	4,5	4,5	720
Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	315	278	573	370	-
Выпуск (шт.):					
Минимальный	-	40	-	-	-
Максимальный	-	-	120	-	-

#### Задача 7.

Для обогрева помещений используются четыре агрегата, каждый из которых может работать на любом из пяти сортов топлива, имеющемся в количествах 90, 110, 70, 80 и 150 т. Потребность в топливе каждого из агрегатов соответственно равна 80, 120, 140 и 160 т. Теплотворная способность  $i$ -ого сорта топлива при использовании его на  $j$ -ом агрегате задаётся матрицей

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 9 & 11 & 8 \\ 6 & 5 & 8 & 7 & 6 \\ 7 & 11 & 5 & 8 & 7 \\ 9 & 8 & 7 & 9 & 11 \end{pmatrix}$$

Найти такое распределение топлива между агрегатами, при котором получается максимальное количество теплоты от использования всего топлива.

#### Задача 8.

Изготавливаемый на пяти кирпичных заводах кирпич поступает на шесть строящихся объектов. Ежедневное производство кирпича и потребность в нём указаны в таблице. В ней же указана цена перевозок 1000 шт. кирпича с каждого из заводов к каждому из объектов.

Составить план перевозок, согласно которому обеспечиваются потребности в кирпиче на каждом из строящихся объектов при минимальной общей стоимости перевозок.

Таблица 8

Кирпичный завод	Цена перевозки 1 тыс. шт. Кирпича к строящемуся объекту						Производство кирпича (тыс. шт.)
	1	2	3	4	5	6	
I	8	7	5	10	12	8	240
II	13	8	10	7	6	13	360
III	12	4	11	9	10	11	180
IV	14	6	12	13	7	14	120
V	9	12	14	15	8	13	150
Потребность в кирпиче (тыс. шт.)	230	220	130	170	190	110	-

## Задача 9.

Для поддержания нормальной жизнедеятельности человеку необходимо потреблять не менее 118 г белков, 56 г жиров, 500 г углеводов, 8 г минеральных солей. Количество питательных веществ, содержащихся в 1 кг каждого вида потребляемых продуктов, а также цена 1 кг каждого из этих продуктов приведены в следующей таблице:

Таблица 9

Питательные вещества	Содержание (г) питательных веществ в 1 кг продуктов						
	Мясо	рыба	молоко	Масло	сыр	крупы	картофель



Белки	180	190	30	10	260	130	21
Жиры	20	3	40	865	310	30	2
Углеводы	-	-	50	6	20	650	200
Минеральные соли	9	10	7	12	60	20	10
Цена 1 кг продуктов (руб.)	1,8	1,0	0,28	3,4	2,9	0,5	0,1

Составить дневной рацион, содержащий не менее минимальной суточной нормы потребности человека в необходимых питательных веществах при минимальной общей стоимости потребляемых продуктов.

#### Задача 10.

Для перевозок трёх видов продукции предприятие использует два типа технологического оборудования и два вида сырья. Нормы затрат сырья и времени на изготовление одного изделия каждого вида приведены в таблице.

Таблица 10

Ресурсы	Нормы затрат на одно изделие вида			Общее количество ресурсов
	1	2	3	
Производительность оборудования (норм-ч):				
I типа	2	-	4	200
II типа	4	3	1	500
Сырьё (кг):				
1-го вида	10	15	20	1495
2-го вида	30	20	25	4500
Цена одного изделия (руб.)	10	15	20	-
Выпуск (шт.):				
Минимальный	10	20	25	-
Максимальный	20	40	100	-

В ней же указаны общий фонд рабочего времени каждой из групп технологического оборудования, объёмы имеющегося сырья каждого вида, а также цена одного изделия данного вида и ограничения на возможный выпуск каждого из изделий.

Составить такой план производства продукции, согласно которому будет изготовлено необходимое количество изделий каждого вида, а общая стоимость всей изготавливаемой продукции максимальна.

#### Задача 11.

При производстве четырёх видов кабеля выполняется пять групп технологических операций. Нормы затрат на 1 км кабеля данного вида на каждой из групп операции, прибыль от реализации

1 км каждого вида кабеля, а также общий фонд рабочего времени, в течение которого могут выполняться эти операции, указаны в таблице.

Таблица 11

Технологическая операция	Нормы затрат времени (ч) на обработку 1 км кабеля вида				Общий фонд рабочего времени (ч)
	1	2	3	4	
Волочение	1,2	1,8	1,6	2,4	7200
Наложение изоляции	1,0	0,4	0,8	0,7	5600
Скручивание элементов в кабель	6,4	5,6	6,0	8,0	11176
Освинцевание	3,0	-	1,8	2,4	3600
Испытание и контроль	2,1	1,5	0,8	3,0	4200
Прибыль от реализации 1 км кабеля	1,2	0,8	1,0	1,3	-

Определить такой план выпуска кабеля, при котором общая прибыль от реализации изготавливаемой продукции является максимальной.

## Задача 12.

На мебельной фабрике изготавливается пять видов продукции: столы, шкафы, диваны-кровати, кресла-кровати и тахты. Нормы затрат труда, а также древесины и ткани на производство единицы продукции данного вида приведены в таблице.

Таблица 12

Ресурсы	Норма расхода ресурса на единицу продукции					Общее количество ресурсов
	стол	шкаф	диван-кровать	кресло-кровать	тахта	
Трудозатраты (человека-ч)	4	8	12	9	10	3456
Древесина (м <sup>3</sup> )	0,4	0,6	0,3	0,2	0,3	432
Ткань (м)	-	-	6	4	5	2400

Прибыль от реализации одного изделия (руб.)	8	10	16	14	12	-
Выпуск (шт.):						
Минимальный	120	90	20	40	30	-
Максимальный	480	560	180	160	120	-

В этой же таблице указана прибыль от реализации одного изделия каждого вида, приведено общее количество ресурсов данного вида, имеющиеся в распоряжении фабрики, а также указано (на основе изучения спроса), в пределах каких объёмов может изготавливаться каждый вид продукции.

Определить план производства продукции мебельной фабрикой, согласно которому прибыль от её реализации является максимальной. Используя пакет PER, найти решение задачи, а также провести после оптимизационный анализ полученного решения.

### Задача 13.

Из трёх видов сырья необходимо составить смесь, в состав которой должно входить не менее 26 ед. химического вещества А, 30 ед. – вещества В и 24 ед. – вещества С. Количество единиц химического вещества, содержащегося в 1 кг сырья каждого вида, указано в таблице. В ней же приведена цена 1 кг сырья каждого вида.

Составить смесь, содержащую не менее необходимого количества данного вида и имеющую минимальную стоимость.

Таблица 13

Вещество	Количество единиц вещества, содержащегося в 1 кг сырья вида			
	1	2	3	4
А	1	1	-	4
В	2	-	3	5
С	1	2	4	6
Цена 1 кг сырья (руб.)	5	6	7	8

## Лабораторная работа № 4

Тема: Моделирование и решение задач целочисленного программирования.

*Цель работы:* закрепить навыки построения математических моделей задач принятия решений и освоить методы решения задач целочисленного программирования на контрольных примерах.

*Порядок выполнения работы:*

1. Сформулировать математическую модель
2. Решить задачу с использованием пакета прикладных программ
3. Дать анализ результатов
4. Подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

Контрольные вопросы.

1. Дайте классификацию задач целочисленного программирования. Приведите примеры.
2. Назовите методы решения задач целочисленного программирования.
3. Какое ограничение называется отсечением Гомори?
4. В чем сущность метода ветвей и границ?

### Варианты заданий

Задача 1.

Стальные прутья длиной 110 см необходимо разрезать на заготовки длиной 45, 35 и 50 см. Требуемое количество заготовок данного вида составляет соответственно 40, 30 и 20 шт. Возможные варианты разреза и величина отходов при каждом из них приведены в следующей таблице:

Длина заготовки (см)	Вариант разреза					
	1	2	3	4	5	6
45	2	1	1	-	-	-
35	-	1	-	3	1	-
50	-	-	1	-	1	2
Величина отходов (см)	20	30	15	5	25	10

Определить, сколько прутьев по каждому из возможных вариантов следует разрезать, чтобы обеспечить нужное количество заготовок каждого вида при минимальных отходах.

Как изменится модель и решение задачи, если из заготовок выпускаются комплекты: 2 заготовки по 45 см., 3 заготовки по 35 см., 1 заготовка по 50 см.

Максимизируется число комплектов. Число прутьев, которое имеется, взять из решения первоначальной задачи. Как при этом изменятся отходы?

### Задача 2.

Для выполнения работ могут быть использованы  $n$  механизмов. Производительность  $i$ -го механизма ( $i=1, n$ ) при выполнении  $j$ -ой работы ( $j=1, n$ ) равна  $c_{ij}$ . Предполагая, что каждый механизм может быть использован только на одной работе и каждая работа может выполняться только одним механизмом, определить закрепление механизмов за работами, обеспечивающее максимальную производительность.

Построить математическую модель задачи.

Как изменится модель и решение, если имеется 2 механизма 1-го типа, 3 механизма 2-го типа, 1 механизм 3-го типа и 2 механизма 4-го типа и при этом на объекте не может находиться более 7 механизмов.

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 & 4 & 5 \\ 6 & 3 & 1 & 8 & 3 \\ 2 & 4 & 5 & 2 & 4 \\ 6 & 5 & 1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

### Задача 3.

Министерству необходимо составить план развития каждого из  $m$  предприятий, выпускающих однородную продукцию. Число возможных вариантов развития  $i$ -го предприятия различно и равно  $n_i$ . Реализация  $j$ -го варианта развития  $i$ -го предприятия ( $j=1, n$ ) требует капитальных затрат, равных  $K_{ij}$ , и обеспечивает выпуск продукции в объеме  $b_{ij}$  единиц. При этом экономический эффект от капитальных вложений на развитие  $i$ -го предприятия по  $j$ -му варианту равен  $c_{ij}$ . Учитывая, что необходимо выпустить продукции в количестве  $B$  единиц и что общая величина капиталовложений ограничена и равна  $K$ , составить такой план

развития предприятий, при котором экономический эффект от реализации выбранных вариантов развития предприятий является максимальным.

$$K=10 \quad B=40$$

$$K_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \text{ млн. руб.} \quad b_{ij} = \begin{pmatrix} 15 & 20 & 10 \\ 30 & 12 & 17 \\ 18 & 21 & 19 \end{pmatrix}$$

$$c_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Как изменится решение, если  $K$  и  $B$  уменьшатся на 20 %.

#### Задача 4.

В аэропорту для перевозки пассажиров по  $n$  маршрутам может быть использовано  $m$  типов самолётов. Вместимость самолёта  $i$ -го типа равна  $a_i$  человек, а количество пассажиров, перевозимых по  $j$ -му маршруту за сезон, составляет  $b_j$  человек. Затраты, связанные с использованием самолёта  $i$ -го типа на  $j$ -ом маршруте, составляет  $c_{ij}$  руб.

Определить, сколько самолётов данного типа и на каком из маршрутов следует использовать, чтобы удовлетворить потребности в перевозках при наименьших общих затратах.

$$\begin{array}{lll} a_1=100 & a_2=150 & a_3=200 \\ b_1=10т & b_2=20т & b_3=8т \quad b_4=30т \end{array}$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 2 \\ 3 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Подсчитать количество самолетов каждого типа в оптимальном решении. Как изменится решение, если самолетов 2-го типа есть только 100, а 3-го типа меньше 100.

#### Задача 5.

В обувном производственном объединении производится раскрой  $m$  различных партий материалов, причём каждая из партий

состоит из  $b_i$  единиц материала, имеющего одинаковую форму (например, пластины) и размер. Из материалов всех партий требуется выкроить максимальное количество комплектов деталей обуви, в каждый из которых входит  $d_j$  ( $j=1, n$ ) деталей  $j$ -того вида, если при раскрое единицы материала  $i$ -ой партии по  $k$ -му варианту ( $k=1, K$ ) получается  $a_{ikj}$  деталей  $j$ -го вида.

$$\begin{array}{lll} b_1=100 & b_2=200 & \\ d_1=2 & d_2=1 & \\ a_{111}=2 & a_{112}=4 & a_{121}=3 \\ a_{122}=1 & & \\ a_{211}=4 & a_{212}=7 & a_{221}=5 \\ a_{222}=6 & & \end{array}$$

#### Задача 6.

Для выполнения четырёх видов землеройных работ могут быть использованы экскаваторы четырёх типов. Производительность экскаватора  $i$ -го типа при выполнении  $j$ -ой работы задаётся матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 0.9 & 0.6 & 0.7 & 0.9 \\ 0.7 & 0.8 & 0.9 & 0.8 \\ 0.8 & 0.6 & 0.8 & 0.9 \\ 0.8 & 0.7 & 0.9 & 0.7 \end{pmatrix}$$

Учитывая, что на каждой из работ может быть занят только лишь один экскаватор и что все экскаваторы должны быть задействованы, найти такое распределение экскаваторов между работами, которое обеспечивает максимальную производительность. Как изменится модель и решение, если имеется 2 экскаватора 1-го типа, 3 экскаватора 2-го типа, 1 экскаватор 3-го типа, 2 экскаватора 4-го типа, а общее число экскаваторов не может превышать 6?

#### Задача 7.

Пароход может быть использован для перевозки 11 наименований груза, масса, объём и цена единицы каждого из которых приведены в следующей таблице:

Параметры единицы груза	Номер груза										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Масса (т)	80	62	92	82	90	60	81	86	65	83	83
Объём (м <sup>3</sup> )	10	90	96	11	12	80	11	10	11	10	86
Цена (тыс. Руб.)	0	2,	3,	0	0	2,	4	6	4	3,	4,
	4,	7	2	2,	2,	8	3,	5	3,	9	0
	4			8	7		3				

На пароход может быть погружено не более 800 т груза общим объёмом, не превышающим 600 м<sup>3</sup>. Определить, сколько единиц каждого груза следует поместить на пароход так, чтобы общая стоимость размещённого груза была максимальной. Как изменится решение, если количество единиц каждого груза ограничено величинами соответственно: 2;1;4;2;2;3;4;4;4;3;3?

#### Задача 8.

Из листового проката нужно выкроить заготовки четырёх видов. Один лист длиной 184 см можно разрезать на заготовки длиной 45, 50, 65 и 85 см. Всего заготовок каждого вида необходимо соответственно 90, 96, 88 и 56 шт. Способы разреза одного листа на заготовки и величина отходов при каждом способе приведены в следующей таблице:

Определить, какое количество листов по каждому из способов следует разрезать, чтобы получить нужное количество заготовок данного вида при минимальных общих отходах. Как изменится модель и решение, если в окончательное изделие (комплект) входит 2 заготовки 1-го и 2-го вида и 3 заготовки 3-го и 4-го вида. Максимизируется число комплектов. Изменяются ли отходы для такого оптимального решения? (Общее число листов

Длина заготовки (см)	Количество заготовок, выкраиваемых из одного листа при разрезе определенным способом												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
45	4	2	2	2	1	1	1	1	-	-	-	-	-
50	-	1	-	-	2	-	1	1	3	2	1	-	2
65	-	-	1	-	-	2	1	-	-	1	2	1	-
85	-	-	-	1	-	-	-	1	-	-	-	1	-
Величина отходов (см)	4	44	29	9	39	9	24	4	34	19	4	34	14

взять из результатов 1-й постановки задачи)



## Задача 9.

Имеются одинаковые заготовки, которые могут быть раскроены тремя способами. Из имеющихся заготовок нужно получить не менее 10 деталей 1-го типоразмера, не менее 8-ми деталей 2-го типоразмера и не менее 10-ти деталей 3-го типоразмера. Способы раскроя определяются матрицей вида:

$$A = [a_{ij}] = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Здесь  $a_{ij}$  – количество деталей типоразмера  $i$ , получаемое из одной заготовки путём её раскроя способом  $j$ .

Количество заготовок, раскраиваемых каждым способом, должно быть целым и не превышать 4-х. Отходы от раскроя одной заготовки для каждого из способов составляют 4, 5 и 5 (усл. единиц). Предложить вариант раскроя с минимальными суммарными отходами. Определить величину этих отходов.

Фирма предполагает продавать выкроенные детали по ценам \$4, \$6 и \$2,5 соответственно для 1-го, 2-го и 3-го типоразмера. При этом потери от процедуры раскроя оцениваются величиной \$0,3 на условную единицу отходов. Оптимизируйте процесс раскроя, исходя из соображений получения максимальной прибыли.

## Задача 10.

Рассматриваются пять проектов, которые могут быть осуществлены в течение последующих трёх лет. Ожидаемые величины прибыли от реализации каждого из проектов и распределение необходимых капиталовложений по годам (в тыс. долларов) приведены в таблице.

Проект	Распределение капиталовложений			Прибыль
	Год 1	Год 2	Год 3	
1	5	1	8	20
2	4	7	10	40
3	3	9	2	20
4	7	4	10	15
5	8	6	1	30
Максимальный объем капиталовложений	25	25	25	

Предполагается, что каждый утверждённый проект будет реализован за трёхлетний период.

Требуется выбрать совокупность проектов, которой соответствует максимум суммарной прибыли. Как изменится максимум суммарной прибыли, если максимальный объем капиталовложений уменьшать от 25 до 0, или увеличивать от 25 до бесконечности? Построить график.

#### Задача 11.

Руководство завода предполагает провести комплекс организационно-технических мероприятий по модернизации производства. Перечень возможных мероприятий приведён в таблице. На реализацию всех мероприятий завод может выделить:

- трудовых ресурсов – 1300 чел-дней,
- финансовых ресурсов – 800 млн. руб.
- производственных площадей – 700 кв. м

Мероприятие	Трудовые ресурсы (чел. дни)	Финансовые ресурсы (млн. руб.)	Производственные площади (кв. м)	Экономический эффект (млн. руб.)
Закупка станков с ЧПУ	350	400	130	13000
Текущий ремонт	250	90	-	3000
Монтаж транспортного конвейера	100	60	300	8000
Установка рельсового крана	200	300	150	12000
Ввод системы контроля качества	130	-	150	2500
Разработка АСУ	800	500	100	15000

Какие мероприятия следует провести, располагая этими ресурсами, чтобы общий экономический эффект был максимальным? Какова величина этого эффекта? Какой объём выделяемых ресурсов останется неиспользованным при реализации найденного варианта? Изменится ли решение задачи, если завод выделит на модернизацию 1 млрд. руб.?

Изменится ли решение задачи, если завод полностью удовлетворит потребности модернизации в производственных площадях и трудовых ресурсах при прежнем финансировании?

## Задача 12.

В регионе работают 4 химических завода. Им предложено принять участие в конкурсе по размещению госзаказа на производство изделий 5-ти наименований в объёмах, приведённых в таблице.

	Наименование изделия				
	A1	A2	A3	A4	A5
Объём заказа (шт.)	350	250	400	150	150

Каждый из заводов представил несколько вариантов годовой производственной программы по выполнению госзаказа и соответствующие финансовые условия. Программа включает выпуск всех изделий.

	Варианты завода 1			Варианты завода 2		Варианты завода 3			Варианты завода 4	
	1	2	3	1	2	1	2	3	1	2
Наименование изделия										
A1	100	200	200	50	80	-	-	100	100	50
A2	200	100	150	-	-	200	250	100	40	60
A3	300	250	200	120	100	100	50	500	60	100
A4	100	50	100	100	50	-	-	-	50	-
A5	50	100	80	-	-	100	100	80	150	100
Объём финансирования (млрд. руб.)	12	16	14	7	9	16	15	17	5	8

Каковы минимальные затраты на выполнение госзаказа?

Какой вариант размещения заказа обеспечивает его выполнение при минимальных объёмах финансирования?

Как изменится решение, если учесть, что заводы 1 и 4 не могут одновременно выполнять однотипные варианты размещения заказов?

## Задача 13.

Нефтеперерабатывающее предприятие использует в производстве нефть трёх сортов (1, 2 и 3). Резервные запасы нефти каждого сорта должны быть не меньше соответственно 20, 40 и 60 тыс. тонн. Для хранения нефти могут быть использованы 4 резервуара ёмкостью 25, 30, 35 и 40 тыс. тонн. Затраты на хранение 1-ой тонны нефти сорта 2 на 10% выше, чем сорта 1, а сорта 3 – на

20% выше, чем сорта 1. Смешение нефти разных сортов при хранении не допускается. Резервуары заполняются полностью.

Сколько резервуаров следует использовать?

Как распределяются сорта нефти по резервуарам?

Каковы минимальные затраты на хранение нефти?

Целесообразно ли устанавливать дополнительный резервуар объемом 20 тыс. тонн?

#### Задача 14.

Для реконструкции машиностроительного предприятия было представлено на выбор 10 проектов, каждый из которых характеризуется четырьмя агрегированными показателями и ежегодной ожидаемой прибылью, представленными в таблице.

Агрегированный показатель проекта	Варианты проектов									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Затраты труда (нормо-час)	50	60	30	40	80	70	50	20	40	50
Затраты энергии (тыс. квт)	4	4	2	5	5	2	3	6	6	3
Расходы на материалы (млн. руб.)	3	2	4	5	3	2	4	2	2	3
Финансовые средства (млн. руб.)	7	5	9	6	4	3	7	2	4	5
Ожидаемая прибыль (млн. руб.)	9	8	8.5	8.8	9	8	9	8.7	8.9	8

При выборе проектов необходимо учесть ряд ограничений технологического характера:

- одновременно может быть реализовано не более семи проектов
- 5-ый и 8-ой проекты взаимно исключают друг друга
- 1-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации второго
- 4-ый проект может быть реализован лишь при условии реализации хотя бы одного из двух проектов: либо 3-его, либо 10-ого.

Выбрать проекты для реконструкции предприятия, обеспечивающие максимальную ожидаемую прибыль. Каков размер этой прибыли?

## Задача 15.

Объединение кабельной промышленности состоит из 3-х заводов. Номенклатура выпускаемых изделий включает три позиции: “кабель силовой”, “провод для осветительных установок”, “провод обмоточный”. При планировании развития объединения на три года разработаны три варианта (1-3) для завода 1, 2 варианта (4-5) для завода 2 и один (6) – для завода 3.

(В таблице все данные в условных единицах)

Требуется выбрать варианты для включения в план развития объединения, обеспечивающие удовлетворение заданной потребности в кабельных изделиях и реализуемые с минимальными затратами. Каковы эти затраты?

Вариант	Производство кабельных изделий по годам									Затраты за 3 года
	Кабель			Провод силовой			Провод обмоточный			
1	.9		0	7	4	3	.8	18	20	557
2	7	7	8.6	25	-	-	3	18	20	1399
3	7	7.8	8.7	30	-	-	6	15	18	1034
4	19	23	28	-	-	-	13	18	21	2822
5	16	18	22	-	-	-	16	18	21	3044
6	-	-	-	-	864	950	-	-	-	364
Потребность	5	7	5	0	00	50	0	5	0	

## Лабораторная работа №5

Тема: Моделирование и решение задач управления векторной оптимизации

*Цель работы:* закрепить навыки построения оптимизационных математических моделей задач принятия решений и освоить методы решения многокритериальных задач управления.

*Порядок выполнения работы:*

1. Сформулировать математическую модель
2. Решить задачу с использованием пакета прикладных программ
3. Дать анализ результатов

4. Подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

Контрольные вопросы.

1. Назовите основные проблемы выбора компромиссных решений.

2. Охарактеризуйте основные принципы выбора компромиссных решений?

3. В чем основное отличие выбора компромиссного решения по принципу выделения главного критерия от принципа последовательных уступок?

4. Опишите основные этапы процедуры «СТЕМ».

### Задания (варианты) 1 и 2

На заводе ежемесячно скапливается  $A$  тонн отходов металла, из которого можно штамповать мелкие детали  $b$  типов. Месячная потребность завода в деталях  $i$ -го типа равна  $b_i$  тыс.шт. Недостающее количество деталей  $i$ -го типа или закупается на других предприятиях по цене  $c_i$  рублей за тысячу штук или производится из дополнительного металлолома, который закупается на стороне по цене  $M$  рублей за тонну. Расход металла на тыс. деталей  $i$ -го типа составляет  $a_i$  кг.

Для изготовления деталей используются 3 прессы, на каждом из которых за смену можно изготовить  $d_i$  тыс. деталей  $i$ -го типа. В месяц каждый пресс работает не более 52 смен. Найти стратегию (закупать недостающие детали или закупать недостающий металл) и план производства деталей на заводе, обеспечивающий минимум суммарных расходов (исходные данные приведены в табл.1).

Исходные данные к заданию 1 и 2

Таблица 1

Варианты	A	a1	a2	a3	a4	a5	a6	b1	b2	b3	b4	b5	b6
1	12	30	45	22	11	74	51	62	99	17	29	34	99
2	12	17	15	99	19	27	81	99	15	37	23	70	23

продолжение табл. 1

Вариант	c1	c2	c3	c4	c5	c6	M	d1	d2	d3	d4	d5	d6
1	13	15	9	7	18	22	5	1,4	1,3	2,9	2,1	0,8	1,5
2	17	12	36	11	32	24	7	2,3	3,2	1,0	2,1	1,5	1,2

### Задания (вариант) 3 и 4

Для поражения целей некоторого класса разработано 5 типов оружия. Один комплекс оружия  $j$ -го типа может действовать по группам целей (низколетящим и высоколетящим) с различной эффективностью. Среднее количество поражаемых целей при этом равны  $P_{1j}$  и  $P_{2j}$ . Количество вылетов низколетящих целей превосходит их количество высоколетящих в два раза. Необходимо разработать систему вооружения (определить количество комплексов каждого типа), обеспечивающую максимум математического ожидания числа уничтоженных целей, если стоимость одного комплекса  $j$ -го типа составляет  $g_j$  % суммы, выделенной на всю систему; трудоемкость изготовления одного комплекса  $j$ -го типа составляет  $a_j$  % от общего фонда рабочего времени. Для производства одного комплекса  $j$ -го типа необходимо  $b_j$  кг дефицитного материала, а в распоряжении производства имеется  $B$  т этого материала. В силу ограничений технологического характера может быть изготовлено не более  $C_j$  комплексов  $j$ -го типа (см.табл. 2).

Исходные данные к заданию 3 и 4

Таблица 2.

Вариант	P11	P12	P13	P14	P15	P21	P22	P23	P24	P25
3	0,7	0,5	0,3	0,9	0,8	0,6	0,5	0,6	0,8	0,7
4	0,6	0,4	0,9	0,8	0,7	0,6	0,4	0,9	0,8	0,8

продолжение табл.2

Вариант	a1	a2	a3	a4	a5	b1	b2	b3	b4	b5
3	0,03	0,02	0,01	0,04	0,02	13	17	25	10	19
4	0,02	0,01	0,05	0,02	0,03	35	34	60	25	25

продолжение табл.2

Вариант	g1	g2	g3	g4	g5	B	c1	c2	c3	c4	c5
3	0,02	0,01	0,01	0,03	0,03	120	2000	6000	12000	2000	4500
4	0,01	0,01	0,04	0,02	0,01	220	6000	8000	3000	6000	2000

### Задания (вариант) 5 и 6

Для приготовления комбикорма совхоз может закупить зерно 4-х сортов  $K_i$ , отличающихся друг от друга содержанием питательных компонентов  $C_j$  ( $j=1, \dots, 5$ ). Для обеспечения нормального питания скота в течение планируемого периода комбикорм должен содержать не менее  $V_j$  питательного компонента  $j$ -го типа. Одна тонна зерна  $i$ -го типа стоит  $g_i$  рублей и содержит  $a_{ij}$  единиц питательного компонента  $j$ -го типа (табл.3). Складские помещения

позволяют хранить не более  $A$  тонн зерна (для варианта 5:  $A=2800$ , для варианта 6:  $A=4400$ ). Определить план закупки зерна каждого сорта, обеспечивающий компромиссное решение по минимизации затрат на покупку зерна и максимизации питательности комбикорма с учетом требований на его питательность и емкости складских помещений. Критерии считать равнозначными.

Исходные данные к заданию 5 и 6

Таблица 3.

Сорт зерна $K_i$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	Цена $g_i$
K1	2	1	5	0.6	0.01	40
K2	3	1	3	0.25	0.02	30
K3	7	0	0	1.00	0.1	28
K4	9	3	6	1.5	0.5	35
K5	4	2	1	0.5	0.1	44
Содержание $B_j$	2500	300	1000	712	100	

Матрица коэффициентов  $a_{ij}$  для 5-го варианта задачи получается из таблицы 3 вычеркиванием строки K1, для 6-го – строки K2.

#### Задания (вариант) 7 и 8

Совхоз, имеющий посевную площадь 5000 га, выращивает 3 культуры  $K_i$ . Весь год можно разбить на 5 периодов  $P_j$ , отличающихся друг от друга потребностями в рабочей силе для выполнения сельскохозяйственных работ. В период  $P_j$  совхоз располагает рабочей силой в количестве  $b_j$  человек, из которых  $d_j$  человек могут быть в случае необходимости обеспечены работой, не связанной непосредственно с сельским хозяйством, а  $a_{ij}$  человек должны быть заняты на обработке 1 га посевной площади, занятой культурой  $K_i$ . Прибыль от  $i$ -й культуры, приходящаяся на 1 га посевной площади, равна  $c_i$  рублей, плановое задание по производству  $i$ -й культуры составляет  $q_i$  центнеров, а ее урожайность  $h_i$  центнеров с га (табл.4).

Найти распределение площади под эти культуры, обеспечивающее максимум прибыли при выполнении всех плановых заданий и минимуме привлечения рабочей силы в течение года. Критерии считать равнозначными.

Исходные данные к заданию 7 и 8

Таблица 4.

Культура	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$c_i$	$q_i$	$h_i$
K1	0.25	2	2	1.4	1.3	300	11600	16
K2	0.2	1.8	1	0.8	0.6	270	15000	24
K3	0.2	0.2	0.4	1.3	2	150	40000	40



K4	0.1	0.5	2	1.8	0.4	220	18000	30
b <sub>j</sub>	3200	5500	5600	65009	9200			
d <sub>j</sub>	2800	2100	200	1800	2400			

Матрица коэффициентов  $a_{ij}$  для 7-го варианта задачи получается вычеркиванием из таблицы 4. строки K1, для 8-го - строки K2.

### Задания (вариант) 9 и 10

Деревообрабатывающая фабрика получает  $m$  типов лесоматериалов  $H_i$  в количестве  $b_i$  куб.м в месяц. Из этих материалов изготавливается  $n$  видов фанеры  $S_j$ . На производство 1 кв.м фанеры вида  $S_j$  идет  $q_{ij}$  куб.м материала  $H_i$ . При благоприятном рынке спрос в месяц составит не менее  $P_j$  кв.м фанеры вида  $S_j$ . При неблагоприятном рынке – не более 50 % от  $P_j$ . Благоприятный рынок более вероятен, чем неблагоприятный. Составить план производства фанеры на месяц, обеспечивающий фабрике максимальную прибыль, если лесоматериалы обходятся фабрике в  $c_i$  руб./куб.м, расходы на производство 1 кв.м фанеры  $S_j$  составляют  $v_j$  рублей, а реализуется эта фанера по цене  $g_j$  руб./кв.м.

Исходные данные к заданию 9 и 10

Таблица 5.

Тип	S1	S2	S3	S4	S5	$b_i$	$c_i$
H1	0.02	0	0.03	0.08	0.02	150	2.6
H2	0.04	0.1	0.12	0	0.01	200	2.5
H3	0	0.05	0.02	0.04	0.04	100	1.5
H4	0.1	0.04	0	0	0.08	130	1.4
H5	0.02	0	0.01	0	0	170	1.9
$P_j$	150	350	100	400	150		
$v_j$	0.5	0.7	0.4	0.8	0.9		
$g_j$	3	3.5	4.1	3.2	4.5		

Матрица коэффициентов  $q_{ij}$  для 9-го варианта задачи получается из таблицы 5 вычеркиванием строки H1, для 10-го – строки H2.

### Лабораторная работа №6

Тема: Однокритериальные задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности

Цель работы: закрепить знания и навыки построения математических моделей однокритериальных задач выбора в условиях риска и неопределенности

*Порядок выполнения работы:*

1. Получить задание
2. Сформулировать математическую модель
3. Решить задачу с использованием программных средств
4. Дать анализ результатов
5. Подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

Контрольные вопросы.

1. В чем основное отличие задач принятия решений в условиях определенности, риска и неопределенности?
2. Укажите основные критерии выбора решений при вероятностной неопределенности состояний внешней среды.
3. Чем отличаются критерии Гурвица, Вальда и Сэвиджа?
4. Каков алгоритм принятия решений при линейной упорядоченности наступления состояний внешней среды?

В каждой из приведенных ниже задач следует определить лучшую альтернативу с учетом вероятностной и полной неопределенности.

Задача 1.

Магазин «Молоко» продает в розницу молочные продукты. Директор магазина должен определить, сколько бидонов сметаны следует закупить у производителя для торговли в течение недели. Вероятности того, что спрос на сметану в течение недели будет 7; 8; 9; 10 бидонов, равны соответственно 0,2; 0,2; 0,5; 0,1. Покупка одного бидона сметаны обходится магазину в 70 у.е., а продается сметана по цене 110 у.е. за бидон. Если сметана не продана в течение недели, она портится, и магазин несет убытки. Сколько бидонов сметаны необходимо приобрести для продажи.

Задача 2.

Главный инженер предприятия решает, строить или не строить новую производственную линию, использующую высокую технологию. Если новое оборудование заработает, компания будет получать прибыль \$200000. Если не заработает, то компания получит убыток \$150000. Главный инженер считает, что шансы на успех нового процесса — 60%. Оцените наилучший вариант для предприятия.

Задача 3.

Президент компании решает, строить или нет промышленное предприятие. Его решения сведены в следующую таблицу:

Варианты	Благоприятный рынок, \$	Неблагоприятный рынок, \$
Строить большой завод	400000	-300000
Строить малый завод	80000	-10000
Ничего не делать	0	0
Вероятность	0,4	0,6

Оцените наилучший вариант.

#### Задача 4.

Малый производитель ряда продуктов из сыра определяет, сколько ящиков сыра производить каждый месяц. Вероятность, что спрос будет 6 ящиков, равна 0.1, семь —0.3 и восемь —0.5, девять —0.1. Затраты на каждый ящик — \$45. а цена — \$95. В случае непроджи ящика к концу месяца он списывается как испорченный. Сколько ящиков сыра должно производиться каждый месяц?

#### Задача 5.

Владелец бензоколонки думает о том, каков должен быть размер его станции. После полного анализа маркетинговых факторов, относящихся к производству бензина и спросу на него, он разработал следующую таблицу:

Размер станции	Хороший рынок, \$	Средний рынок, \$	Плохой рынок, \$
Маленькая	50000	20000	-10000
Средняя	80000	30000	-20000
Большая	100000	30000	-40000
Очень большая	300000	25000	-160000
Вероятность	0,2	0,5	0,3

Оцените наилучший вариант решения.

#### Задача 6.

Предприятие является малым поставщиком химикатов, используемых в фотографии. Один товар, поставляемый им,— это ВС-6. Менеджер обычно имеет запас 11, 12 или 13 ящиков ВС-6 на каждую неделю. За каждый проданный ящик полученная прибыль равна \$35. Так как ВС-6 является реактивом с коротким сроком годности, то в случае непроджи его к концу недели менеджер должен его уничтожить. Он теряет \$56 в каждом случае, когда что-то не продал в конце недели. Вероятность

продажи 11 ящиков—0.45, 12 ящиков—0.35. и вероятность продажи 13 ящиков —0.2.

Вопрос: Сколько ящиков ВС-6 необходимо иметь в запасе каждую неделю?

Задача 7.

Для финансирования проекта бизнесмену нужно занять сроком на один год 35000 ф. ст. Банк может одолжить ему эти деньги под 19% годовых или вложить в другое дело со 100%-ным возвратом суммы, но под 11% годовых. Из прошлого опыта банкиру известно, что 10% таких клиентов ссуду не возвращают, но сумма возмещения от заложенного имущества составит 25000 ф.ст.

Оцените наилучший вариант решения.

Задача 8.

Промышленное предприятие может получать выключатели от двух поставщиков. Объем поставки 10000 выключателей. Качество выключателей от этих поставщиков показано ниже.

Процент дефектов	Вероятность для поставщика А	Вероятность для поставщика В
1	0,7	0,3
3	0,2	0,4
5	0,1	0,3

Неисправный выключатель может быть отремонтирован за \$0.50. Хотя качество у поставщика В ниже, но он просит за 10000 выключателей на \$37 меньше, чем поставщик А.

Оцените наилучший вариант решения.

Задача 9.

Владелец бензоколонки думает о том, каков должен быть размер его станции: X1 – маленькая станция, X2 – небольшая, X3 – средняя, X4 – большая. В результате анализа возможных состояний рынка сбыта (e1 - хороший рынок, e2 - средний рынок, e3 - плохой рынок) он оценил возможные исходы решений в виде матриц парных сравнений, в которых цифра 1 означает, что альтернатива по строке не уступает альтернативе по столбцу

e1: p1=0,4				
	X1	X2	X3	X4
X1	1	1	1	1
X2	0	1	1	1
X3	0	0	1	1
X4	0	0	0	1

e2: p2=0,4				
	X1	X2	X3	X4
X1	1	0	0	0
X2	1	1	1	1
X3	1	1	1	1
X4	1	0	0	1

e3: p3=0,2				
	X1	X2	X3	X4
X1	1	1	0	0
X2	1	1	0	0
X3	1	1	1	0
X4	1	1	1	1

Укажите наилучший вариант решения.

Задача 10.

Магазин «Молоко» продает в розницу молочные продукты. Директор магазина должен определить, сколько бидонов сметаны следует закупить у производителя для торговли в течение недели. Вероятности того, что спрос на сметану в течение недели будет 7; 8 и 9 бидонов, равны соответственно 0,2; 0,3; 0,5.

В результате анализа возможных состояний рынка сбыта ( $e_1$  – спрос на 7 бидонов,  $e_2$  – спрос на 8 бидонов,  $e_3$  – спрос на 9 бидонов) он оценил возможные исходы решений в виде матриц парных сравнений, в которых цифра 1 означает, что альтернатива по строке не уступает альтернативе по столбцу

$e_1: p_1=0,2$			
	X1	X2	X3
X1	1	1	1
X2	0	1	1
X3	0	0	1

$e_2: p_2=0,3$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	1
X2	1	1	1
X3	0	0	1

$e_3: p_3=0,5$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	0
X2	1	1	0
X3	1	1	1

Сколько бидонов сметаны следует закупить у производителя для торговли в течение недели?

Задача 11.

Малый производитель ряда продуктов из сыра определяет, сколько ящиков сыра производить каждый месяц. Вероятность, что спрос будет 6 ящиков, равна 0,2, семь — 0,3 и восемь — 0,5. В результате анализа возможных состояний рынка сбыта ( $e_1$  – спрос на 6 ящиков,  $e_2$  – спрос на 7 ящиков,  $e_3$  – спрос на 8 ящиков) он оценил возможные исходы решений в виде матриц парных сравнений, в которых цифра 1 означает, что альтернатива по строке не уступает альтернативе по столбцу

$e_1: p_1=0,2$			
	X1	X2	X3
X1	1	1	1
X2	0	1	1
X3	0	0	1

$e_2: p_2=0,3$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	0
X2	1	1	1
X3	1	0	1

$e_3: p_3=0,5$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	0
X2	1	1	0
X3	1	1	1

Сколько ящиков сыра должно производиться каждый месяц?

Задача 12.

Предприятие является малым поставщиком химикатов, используемых в фотографии. Один товар, поставляемый им, — это ВС-6. Менеджер обычно имеет запас 11, 12 или 13 ящиков ВС-6

на каждую неделю. Вероятность продажи 11 ящиков—0.45, 12 ящиков—0.35. и вероятность продажи 13 ящиков —0.2.

В результате анализа возможных состояний рынка сбыта ( $e_1$  – спрос на 6 ящиков,  $e_2$  - спрос на 7 ящиков,  $e_3$  - спрос на 8 ящиков) он оценил возможные исходы решений в виде матриц парных сравнений, в которых цифра 1 означает, что альтернатива по строке не уступает альтернативе по столбцу

$e_1: p_1=0,45$			
	X1	X2	X3
X1	1	1	1
X2	0	1	1
X3	0	0	1

$e_2: p_2=0,35$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	1
X2	1	1	1
X3	0	0	1

$e_3: p_3=0,2$			
	X1	X2	X3
X1	1	0	0
X2	1	1	0
X3	1	1	1

Сколько ящиков ВС-6 необходимо иметь в запасе каждую неделю?

### Лабораторная работа №7

Тема: Многокритериальные задачи принятия решений в условиях риска и неопределенности

*Цель работы:* закрепить знания и навыки построения математических моделей многокритериальных задач выбора в условиях риска и неопределенности

*Порядок выполнения работы:*

1. Получить задание
2. Сформулировать математическую модель
3. Решить задачу с использованием программных средств
4. Дать анализ результатов
5. Подготовиться к защите по нижеприведенным контрольным вопросам.

Контрольные вопросы.

1. В чем основное отличие задач принятия решений в условиях определенности, риска и неопределенности?
2. Какова последовательность оценки альтернативных решений, принимаемых с учетом возможных ситуаций и целевых установок?
3. Назовите способы принятия решений при отсутствии информации о состоянии внешней среды.
4. Укажите основные критерии принятия решений в условиях противодействия внешней среды.

5. Назовите основные правила многокритериальной оценки альтернатив.

В каждой из приведенных ниже задач следует определить лучшую альтернативу с учетом вероятностной и полной неопределенности состояний внешней среды.

#### Постановка задачи

Перед ЛПР стоит задача транспортировки грузов от поставщиков к потребителям автомобильным транспортом либо по асфальтированной дороге (X1), либо по грунтовой (X2), либо по гравийной (X3). На пути следования транспорта встречаются переправы через реки, таможенные посты, границы и т.п. В день отправки автомобилей возможно изменение погодных условий ( $e_1$  – сухая ясная погода;  $e_2$  – кратковременные дожди;  $e_3$  – сильные продолжительные дожди), а вместе с ними и транспортных расходов (ремонт, бензин и т.п.). При условии, что известны матрицы исходов по критерию «Время» (временные затраты в днях) перевозки грузов от поставщиков к потребителям в различных погодных условиях и распределение вероятностей появления состояний внешней среды ( $p_1=0,2$ ;  $p_2=0,4$ ;  $p_3=0,4$ ), следует определить наилучшую альтернативу транспортировки грузов с учетом двух (равнозначных) критериев. Таблицы исходов альтернатив приведены для каждого варианта задания ниже.

#### Вариант 1

##### Возможные исходы транспортировки грузов

Дорога	Критерий «Деньги» (в т.руб.)			Критерий «Время» (в днях)		
	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
X1	30	40	50	4	4	5
X2	20	30	70	3	4	5
X3	10	20	40	3	5	7

#### Вариант 2

##### Возможные исходы транспортировки грузов

Дорога	Критерий «Деньги» (в т.руб.)			Критерий «Время» (в днях)		
	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_1$	$e_2$	$e_3$
X1	10	40	50	4	4	5
X2	20	30	70	3	4	5

X3	10	30	60	3	5	7
----	----	----	----	---	---	---

## Вариант 3

## Возможные исходы транспортировки грузов

Дорога	Критерий «Деньги» (в т.руб.)			Критерий «Время» (в днях)		
	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>
X1	30	40	60	4	4	5
X2	20	30	70	3	4	5
X3	10	30	60	2	5	7

## Вариант 4

## Возможные исходы транспортировки грузов

Дорога	Критерий «Деньги» (в т.руб.)			Критерий «Время» (в днях)		
	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>
X1	40	40	50	3	4	6
X2	30	40	50	2	3	7
X3	20	50	70	1	3	6

## Вариант 5

## Возможные исходы транспортировки грузов

Дорога	Критерий «Деньги» (в т.руб.)			Критерий «Время» (в днях)		
	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>	<i>e1</i>	<i>e2</i>	<i>e3</i>
X1	40	40	50	1	4	5
X2	30	40	50	2	3	7
X3	30	50	70	1	3	6

**Лабораторная работа №8**

Тема: Групповые методы принятия маркетинговых решений.  
Знакомство с компьютерной игрой «Дельта»

*Цель работы:* освоить правила принятия командных решений в сфере маркетинга

Задание на лабораторную работу:



- 1) Изучение теоретических основ управления работой предприятия в сфере маркетинга, положенных в имитационную модель деловой игры «Дельта»
- 2) Знакомство с интерфейсом программы Участника игры
- 3) Знакомство с отчетами предприятия
- 4) Проведение расчетов по определению цены на продукты и затрат на рекламу, сервис, исследования.

Контрольные вопросы.

1. Назовите основные стратегии управления предприятием
2. В чем особенность стратегии быстрого изъятия доходов предприятия
3. В чем особенность стратегии медленного изъятия доходов предприятия
4. В чем особенность стратегии быстрого проникновения на рынок
5. В чем особенность стратегии медленного проникновения на рынок

### **Лабораторная работа №9**

Тема: Групповые методы принятия производственных решений. Знакомство с компьютерной игрой «Дельта» (продолжение).

*Цель работы:* освоить правила принятия командных решений в сферах производства и финансов

Задание на лабораторную работу:

1. Изучение теоретических основ управления работой предприятия в сферах производства и финансов, положенных в имитационную модель деловой игры «Дельта»
2. Проведение расчетов по определению объемов производства, закупок сырья и оборудования, складских издержек, издержек на персонал и управление, себестоимости продукции, прибыли и убытков
3. Проведение пробной игры
4. Оценка и анализ результатов проведения деловой игры.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яворский В.В. Оптимизация и математические методы принятия решений. Учебное пособие. – Томск: ТУСУР, 2006. - 216
2. Зайцев М.Г., Варюхин С.Е. Методы оптимизации управления и принятия решений. – М.: 2007. - 302с.
3. Турунтаев Л.П. Оптимизация и математические методы принятия решений : учебное пособие: ч. 1. - Томск : ТМЦДО, 2010 – 210с.
4. И.Л. Рудая "Стратегическая деловая игра "Никсдорф Дельта": Учеб. пособие. - М.: Финансы и Статистика, 2002. - 280
5. Е.И. Велеско, А.А. Быков, А.А. Неправский "Стратегический менеджмент. Деловая игра "Дельта"" Пособие. - Мн.: БГЭУ, 2001. - 268с.