МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Методические указания к выполнению
практических работ
по дисциплине

ЛОГИКА

для студентов специальности
081100.62
«Государственное и муниципальное управление»

Томск – 2012

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ» (ТУСУР)

Кафедра автоматизации обработки информации

Утверждаю:
Зав. каф. АОИ
профессор
___________Ю.П. Ехлаков
«__» _____________2012 г.

Методические указания к выполнению
практических работ
по дисциплине

ЛОГИКА

для студентов специальности
081100.62
«Государственное и муниципальное управление»

Разработчик:
доцент каф. АОИ
__________ Т.О. Перемитина

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Основные цели и задачи изучения дисциплины «Логика» - ознакомление с формами и приемами рационального познания, создание общего представления о логических методах и подходах. Практические занятия направлены на формирование практических навыков грамотного логического выражения и обоснования своей точки зрения по государственно-правовой и политической проблематике, свободного оперирования основными логическими категориями и законами, а также на формирование следующих компетенций:

1. Общекультурных компетенций - умение логически верно, аргументировано и ясно строить устную и письменную речь; иметь способность к эффективному деловому общению, публичным выступлениям, переговорам, проведению совещаний, деловой переписке, электронным коммуникациям; быть способным использовать для решения коммуникативных задач современные технические средства и информационные технологии (ОК-9).

Для формирования данных компетенций применяются интерактивные формы проведения занятий «Case-study» (метод конкретных ситуаций), «Выступление на лекции» и «Контрольный лист или тест» на лекционных занятиях. Процесс формирования общекультурных компетенций контролируется по результатам проверки умения решать поставленные задачи и представлять полученные результаты в виде устного доклада. В течение семестра регулярно проводятся контрольные работы и тестовые опросы.

2. Профессиональных компетенций - умение готовить информационно-методические материалы по вопросам социально-экономического развития общества и деятельности органов власти (ПК-18); умение находить основы для сотрудничества с другими органами власти, институтами гражданского общества, способностью определять потребности в информации, получать информацию из большого числа источников, оперативно и точно интерпретировать информацию (ПК-31).

Формирование профессиональных компетенций предполагает использование интерактивных форм «Работа в команде» и «Исследовательский метод» во время проведения практических занятий.

Предмет и основные законы формальной логики

Предметом формальной (традиционной) логики являются законы и формы правильного мышления. Специфика логики в изучении человеческого мышления, в отличие от других наук, состоит в следующем:

- В логике мышление рассматривается как инструмент познания окружающего мира, как средство получения нового знания.
- Мышление интересует логику со стороны его результативности, которая, в свою очередь, основывается на правильности.

Логическое мышление - это мышление, соответствующее определенным принципам, выработка которых и составляет одну из главных задач логики.

Различные соединения мыслей при помощи соответствующих средств их связи (связок) называются *логическими формами*. Формальная логика представляет собой прежде всего учение об этих логических формах. В процессе познания действительности мы стремимся достичь истинного знания.

Истина - это адекватное отражение в сознании человека явлений и процессов природы, общества, мышления. Истинность знания есть его соответствие действительности. Всеобщим критерием истины является практика.

Логический закон - это внутренняя, существенная, необходимая, устойчивая, повторяющая связь форм мышления. Логический закон указывает, как нужно соединять элементы мысли и как употреблять их в процессе мышления. Он выражает определенность, непротиворечивость, доказательность мышления. Логический критерий всегда сопутствует критерию практики, как необходимое условие реализации последнего.

Основная задача логики состоит в том, чтобы научить человека сознательно применять правила и законы построения рассуждений и на этой основе мыслить более последовательно, доказательно, строго.

Традиционно принято выделять законы тождества, противоречия, исключения третьего и достаточного обоснования в качестве основных законов логики.

Закон тождества обычно определяют как требование определенности и неизменности содержания высказывания относительно контекста, в котором оно используется. «При неизменности основных свойств, объект (понятие) остается объектом (все тем же понятием), независимо от затронувших его изменений и смены названий». Существует его абстрактная формулировка, имеющая следующий вид: «А есть А» или, для математической логики: «А≡А».

Закон противоречия определяется как невозможность одновременной истинности высказывания и его отрицания. «Два антагонизма (противоположных суждения) не могут быть одновременно истинны касательно одного и того же предмета».

Закон исключения третьего определяется как требование истинности либо высказывания, либо его отрицания. «Из двух, отрицающих друг друга высказываний, одно истинно, другое ложно, а третьего (некоего промежуточного) не дано».

Закон достаточного обоснования требует, чтобы каждая истинная мысль обосновывалась другими независимо обоснованными мыслями. «Всякая истинная мысль должна быть достаточно обоснованной, в то время как, ложную, по настоящему обосновать невозможно».

Логическая форма мысли — это ее структура, выявляемая в результате отвлечения от смыслов и значений нелогических терминов.

Логическая форма содержательна, информативна. Так, выражение, получаемое в результате отвлечения от смыслов и значений нелогических терминов первого рассуждения, несет следующую информацию: “Если все предметы класса M включаются в класс P и некоторые предметы класса M включаются в класс S, то некоторые предметы класса S включаются в класс P”.

Мысли можно подразделить на классы в зависимости от типов их логических форм. Основные из этих классов составят мысли, называемые понятиями, суждениями и умозаключениями.

Понятие — это мысль, в которой обобщены и выделены предметы на основе системы признаков, общей только для этих выделяемых предметов. Пример понятия: действие или бездействие, квалифицированное законом в качестве уголовно наказуемого (понятие преступления).

Суждениями называются мысли, в которых утверждается наличие или отсутствие каких-либо положений дел. Примеры: “Человек получил от Бога две блаженные способности — говорить правду и творить добро”; “Лучший способ изучить что-то — открыть это самому”.

Умозаключение — это процесс получения знания, выраженного в суждении, из других знаний, тоже выраженных в суждениях.

Между мыслями существуют связи, зависящие только от их логических форм. Такие связи имеют место и между понятиями, и между суждениями, и между умозаключениями. Так, между мыслями логических форм “некоторые S суть P” и “некоторые P суть S” существует следующая связь: если истинна одна из этих мыслей, то истинна и вторая, независимо от того, каково нелогическое содержание этих мыслей.

Связь между мыслями в рассуждении представляет собой логический закон. Чтобы установить, является ли связь между некоторыми исходными высказываниями и высказыванием, получаемым в результате рассуждения, логическим законом, необходимо вместо нелогических терминов подставлять в эти высказывания произвольные термины тех же типов и при этом всякий раз выяснять, окажется ли истинным получаемое высказывание при истинности исходных. Если всегда обнаруживается такая зависимость истинности высказываний, то связь между ними представляет собой логический закон. Если находится контрпример, то закономерной связи нет, и рассуждение не является правильным.

Имея понятия логической формы и логического закона, можно дать определение формальной логике.

Формальная логика — это наука о формах мышления, о формально-логических законах и других связях и отношениях между мыслями по их логическим формам.

Мышление, осуществляемое в соответствии с требованиями логики, называется правильным. Формальная логика, являясь наукой о правильном мышлении, исследует и систематизирует также типичные ошибки, совершаемые в процессе мышления, т.е. типичные ***алогизмы.***

Упражнения

1. Установите, являются ли формально-логическими законами связи по формам между исходными суждениями и результирующими в следующих рассуждениях (т.е. являются ли эти рассуждения правильными):

- «Все металлы — теплопроводные вещества. Все металлы — электропроводные вещества. Следовательно, все электропроводные вещества являются теплопроводными».
- «Если умер Сократ, то он умер или когда жил, или когда умер. Если когда жил, то он не умер, так как один и тот же человек и жил бы, и был бы мертв; но и не тогда, когда умер, ибо он был бы дважды мертвым. Стало быть, Сократ не умер».

2. О каких отношениях идет речь в следующих предложениях? Какие из этих отношений являются двухместными, а какие трехместными?

- Наука противоположна религии.
- Иванов знает английский язык лучше французского языка.
- Мы привыкли, что люди издеваются над тем, чего они не понимают.

4. Установите, к каким семантическим категориям относятся выражения, входящие в следующие словосочетания.

- Если некоторые сделки являются договорами, а все договоры суть гражданские правоотношения, то некоторые гражданские правоотношения являются сделками. (Союз “а” здесь по значению совпадает с союзом “и”, т.е. является логическим термином.)
- Мать Сократа.
- Всякая мать хочет мира.
- Веллей Патеркул — известный римский историк.
- Знание о жизни общества, полученное из книг, не является настоящим знанием.

Суждения

Суждение – мысль, обозначающая отношение вещи к какой-либо другой вещи и к самой себе. Или, суждение - форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о предметах, их свойствах или отношениях. Структура простого суждения всегда состоит из: субъекта, связки и предиката.

Субъект - то, о чем говорится в данном высказывании.

Предикат - то, что говорится о субъекте.

Связка устанавливает или отрицает наличие связи между предикатом и субъектом. Она бывает в двух формах - утвердительной (<есть>) и отрицательной (<не есть>).

П р и м е р .

Человек не есть животное.

Субъект (S) - <человек>.

Предикат (P) - <животное>.

Связка в отрицательной форме -<не есть>.

Структуру простого суждения можно выразить в следующем виде: S есть (не есть) P.

Субъект и предикат называется терминами суждения. Каждый из них играет особую познавательную роль. Субъект суждения отражает то, о чем мы судим, т. е. предмет суждения. Он содержит исходное знание. В предикате отражается признак предмета, то, что говорится о предмете суждения; он содержит новое знание о нем.

К ***простым суждениям*** относятся такие, которые выражают связь двух понятий и имеют структуру: S есть (не есть) P.

В зависимости от того, что утверждается или отрицается в простых суждениях: принадлежность признака предмету, отношение между предметами или факт существования предмета, - они делятся на *атрибутивные, суждения с отношениями, экзистенциальные*.

1. Суждения, в которых признак предмета приписывается (или отрицается) предмету, называются атрибутивными суждениями (суждения свойства). Например: «Никто из людей не вправе воздерживаться от голосования».

2. Суждениями с отношениями. В этих суждениях говорится об отношениях между предметами. Например: «Саратов расположен севернее Волгограда».

3. Суждения, выражающие факт существования (или не существования) предмета, называются экзистенциальными. Например: «Не существует беспричинных явлений».

По *качеству* суждения делятся на ***утвердительные*** и ***отрицательные.*** Суждение “Полынь является лекарственным растением” — утвердительное, а суждение “Демокрит не является идеалистом” — отрицательное.

По *количеству* атрибутивные суждения делятся на ***единичные, общие*** и ***частные.*** В единичных суждениях выражается принадлежность или непринадлежность предмета классу предметов.

Пример:

“Австрия — европейская страна”. В общих — полное включение или невключение класса предметов в класс. Примеры: “Все сделки, не соответствующие требованиям закона, являются недействительными”, **“**Ни одна звезда не является обитаемой”.

В частных суждениях выражается частичное включение или невключение класса предметов в класс предметов. Примеры: “Некоторые преступления не являются преднамеренными”, “Некоторые философы являются ораторами”. В частных суждениях слово “некоторые” употребляется в смысле “по крайней мер один, а может быть, и все”, поэтому, например, суждение “Некоторые белки не являются живыми существами” истинно, так как ни один белок не является живым существом.

В определенном смысле единичные суждения можно отождествить с общими.

При решении вопроса о правильности и неправильности рассуждении и в некоторых других случаях используется так называемое объединенное деление атрибутивных суждений по качеству и количеству на общеутвердительные, общеотрицательные, частноутвердительные и частноотрицательные.

Общеутвердительными являются суждения, которые одновременно общие и утвердительные.

Структура общеутвердительного суждения такова: “Все *S* суть *P*”. Общеутвердительное суждение обозначается латинской буквой *A*.

Общеотрицательное суждение является одновременно общим и отрицательным. Оно имеет структуру: “Ни одно *S* не суть *P*” и обозначается латинской буквой *E*.

Частноутвердительное суждение — одновременно частное и утвердительное. Его структура: “Некоторые *S* суть *P*”. Обозначается оно латинской буквой *I*.

Частноотрицателыюе суждение — это суждение, являющееся одновременно частным и отрицательным. Оно обозначается латинской буквой *O* и имеет структуру: “Некоторые *S* не суть Р”.

Суждения, в которых говорится о том, что определенное отношение имеет место между элементами пар, троек и т.д. предметов, называются ***суждениями об отношениях.*** Например, суждения: “Москва больше Рязани”, “Каждый человек знает некоторого друга лучше, чем некоторого родственника”. В первом суждении утверждается, что отношение “больший” имеет место между Москвой и Рязанью, во втором утверждается, что отношение “знающий лучше чем” имеет место между каждым человеком, некоторым другом и некоторым родственником.

Суждения об отношениях делятся по качеству на утвердительные и отрицательные. В *утвердительных* суждениях об отношениях говорится о том, что предметы находятся в определенном отношении. В *отрицательных* говорится о том, что предметы не находятся в определенном отношении.

Суждения об отношениях делятся на виды и по количеству. Так суждения о двухместных отношениях делятся по количеству на единично-единичные, обще-общие, частно-частные, единично-общие единично-частные, обще-единичные, частно-единичные, общечастные, частно-общие.

Примеры этих суждений: “Иванов выше Петрова” (единично-единичные). “Каждый студент нашей группы знает каждого преподавателя нашего факультета” (обще-общее). “Некоторые студенты нашей группы знают некоторых чемпионов мира” (частно-частное). “Иванов знает каждого студента первого курса юридического факультета” (единично-общее). “Иванов изучает некоторые науки” (единично-частное). “Все студенты нашей группы изучают английский язык” (обще-единичное). “Некоторые студенты нашего курса изучают французский язык” (частно-единичное). “Каждый студент нашей группы знает какого-нибудь академика” (общечастное). «Некоторые студенты нашей группы знают каждого футболиста московского “Динамо”» (частно-общее).

Аналогично деление на виды по количеству суждений о трехместных, четырехместных и т.д. отношениях. Так, суждение “Некоторые студенты нашего факультета знают некоторые языки программирования лучше любого иностранного языка” является частно-частно-общим.

Упражнения

1. Какими по качеству и количеству являются следующие суждения об отношениях?

- Студент Петров не знает английского языка.
- Каждый студент знает некоторого философа лучше, чем некоторого журналиста.
- Некоторые города расположены между Москвой и Одессой.
- Все студенты сдают какие-то экзамены.
- Некоторые студенты нашего факультета знают французский язык лучше, чем английский.
- Производитель обязан поставить получателю все комплектующие изделия в срок до 21 декабря по каждому из указанных в договоре адресов.

2. Установите состав, вид и распределенность терминов следующих атрибутивных суждений.

- Ликург — великий законодатель древности.
- Все сделки, не соответствующие требованиям закона, являются недействительными.
- Некоторые птицы не летают.
- Киты не дышат жабрами.
- Некоторые студенты являются мастерами спорта.

3. Вставьте вместо пропущенных слов в приведенные выражения словосочетания “необходимо, но недостаточно”, “достаточно, но не необходимо”, “необходимо и достаточно” таким образом, чтобы получить истинные суждения.

- Наличие атмосферы вокруг Земли является ... условием для возникновения существующих на Земле видов живых существ.
- Делимость числа N на 2 и на 3 есть ... условие для его делимости на 6.
- Устранение причин и условий, способствующих порождению преступности, является ... условием для ликвидации преступности.
- Наличие случаев проявления преступности есть ... условие для того, чтобы применять строгие меры наказания к лицам, совершившим опасные для общества преступления, не желающим приобщаться к честной трудовой жизни.

4. В каком отношении находятся суждения?

- Если идет дождь, то крыши мокрые. Дождя нет, а крыши мокрые.
- Если тело является кристаллическим, то оно имеет определенную температуру плавления. Данное тело не является кристаллическим, поскольку оно не имеет определенной температуры плавления.
- Если болезнь запущена, то ее легко распознать, но трудно излечить. Если болезнь не запущена, то ее трудно распознать, но легко излечить.
- Тому, кто тратит свое, лучше всего быть бережливым. Тому, кто тратит чужое, можно быть щедрым.
- Если человек совершил преступление и это установлено, то он подлежит привлечению к уголовной ответственности. Если человек совершил преступление, то он подлежит привлечению к уголовной ответственности. Человек совершил преступление, но не подлежит привлечению к уголовной ответственности.

5. Произведите отрицание следующих суждений таким образом, чтобы результаты отрицания не содержали внешних знаков отрицания.

- Некоторые океаны имеют пресную воду.
- Все свидетели дают правдивые показания.
- Ни один студент нашей группы не имеет высшего образования.
- Некоторые прокуроры не имеют высшего образования.
- Ни один член семьи Ивановых не является честным человеком.
- екоторые студенты нашей группы знают какой-нибудь древний язык.
- Каждый студент изучает какую-нибудь науку.
- Он и жнец, и на дуде игрец.
- Электричка бежит, или ветер свистит.
- Идет дождь, и идет снег.
- Он хороший спортсмен или хороший студент.
- Если стальное колесо нагреть, то диаметр его увеличится.
- Если воду охлаждать, то объем ее будет уменьшаться.
- Если заболевание находится в зачаточном состоянии, то его трудно распознать, но легко излечить.
- Вселенная не имела начала во времени и всегда пребывала в одном и том же состоянии.

Умозаключение и его виды

Большую часть знаний о предметах и явлениях окружающего мира человек получает из уже имеющейся у него информации. При этом он идет по пути выведения нового знания из уже имеющегося. Опосредованно, используя разные виды умозаключений, мы получаем новое знание. Поэтому полученное таким путем знание принято называть выводным, или опосредованным.

Под *умозаключением* понимают форму мышления, посредством которой из одного или нескольких суждений выводится с необходимостью или вероятностью новое суждение.

Умозаключение состоит из трех основных компонентов:

1) посылки - исходного суждения, из которого выводят новое знание;

2) вывода - логического перехода от посылок к заключению;

3) заключения - нового суждения, полученного выводным путем из посылок.

Чтобы из посылок можно было получить вывод, необходимо наличие содержательной связи между исходными суждениями. Если такой связи нет, то новое знание получить невозможно.

Для получения истинного выводного знания необходимо соблюдение трех правил:

1) наличие содержательной связи между посылками;

2) должны быть истинными исходные суждения;

3) соблюдение правила вывода.

По характеру связи между знанием различной степени общности, выраженным в посылках и заключении, различают три вида умозаключений:

1) дедуктивные (переход осуществляется от общего знания к частному знанию);

1) индуктивные (переход от частного знания к общему);

2) умозаключения по аналогии (переход от частного знания к частному знанию).

Дедуктивные умозаключения

В логике существует два подхода к определению дедукции. В традиционной (аристотелевской) логике под дедукцией понимают переход от общего знания к частному.

В символической логике дедукция - это умозаключение, дающее истинное суждение. Далее мы будем использовать этот термин в традиционном толковании.

Дедуктивные умозаключения в зависимости от количества исходных посылок делятся на непосредственные и опосредованные. Умозаключение, полученное посредством преобразования одного суждения, называется *непосредственным*. Если же в нем две или больше посылки, то это *опосредованное* умозаключение.

Рассмотрим умозаключения, частные случаи которых в традиционной логике назывались ***условно-категорическими***. Это умозаключения, в которых одна посылка — условное суждение, а вторая посылка совпадает с основанием или следствием условного суждения или же с результатом отрицания основания или следствия условного суждения. Следуя сложившейся в последние десятилетия традиции, будем называть эти умозаключения также условно-категорическими.

Пример:

Если сторонние члены экзаменационной комиссии не приглашены, то порядок проведения экзамена не соблюден. Сторонние члены комиссии не приглашены.

Порядок проведения экзамена не соблюден.

Логическая форма этого умозаключения такова:

$$\frac{A \to B,\ A,}{B}$$

Умозаключения такой формы относятся к утверждающему модусу (modus ponens), а умозаключения формы:

$$\frac{A \to B,\ \neg B}{\neg A}$$

— отрицающему модусу (modus tollens). Умозаключения этих логических форм являются правильными, а умозаключения, например, следующих форм:

$$\frac{A \to B,\ B,}{A};$$

$$\frac{A \to B,\ \neg A}{\neg B}$$

— неправильными. Эти правильные и неправильные способы рассуждения следует запомнить и различать.

Чтобы выяснить, является ли условно-категорическое умозаключение правильным или нет, нужно выявить его форму и установить, относится оно к одному из правильных модусов или нет. Если оно относится к правильному модусу, то оно правильное. В противном случае — неправильное.

Примеры:

Если на хлебоприемном пункте систематически создастся неучтенный резерв зерна, то на нем имеет место хищение зерна.

На хлебоприемном пункте имеет место хищение зерна.

Следовательно, на хлебоприемном пункте систематически создается неучтенный резерв зерна.

Форма этого умозаключения:

$$\frac{A \rightarrow B, B}{A}$$

Умозаключение *неправильное.*

В ***разделительно-категорических*** умозаключениях одна из посылок является разделительным суждением, а вторая совпадает с одним из членов разделительного суждения или с отрицанием одного из членов этого суждения. Заключение тоже совпадает с одним из членов разделительного суждения или с отрицанием одного из членов разделительного суждения. Эти умозаключения тоже будем называть разделительно -категорическими.

Формы правильных разделительно-категорических умозаключений:

$$\frac{A \veebar B, B}{\neg A} \qquad \frac{A \veebar B, A}{\neg B}$$

— утверждающе-отрицающий минус (modus ponendo — tollens)

$$\frac{A \vee B, \neg A}{B} \qquad \frac{A \veebar B, \neg A}{B}$$

— отрицающе-утверждающий модус (modus tollen — ponens)

$$\frac{A \vee B, \neg B}{A} \qquad \frac{A \veebar B, \neg B}{A}$$

Пример умозаключений утверждающе-отрицающего модуса:

«Петров постоянно проживает в Москве или Архангельске. Он постоянно проживает в Москве. Следовательно, он не проживает постоянно в Архангельске».

Дилемма — это умозаключение из трех посылок: две посылки — условные суждения, а одна — разделительное суждение.

Дилеммы делятся на простые и сложные, конструктивные и деструктивные.

Упражнения

1. Являются ли правильными следующие условно-категорические умозаключения?

А). Если в магазине при ревизиях систематически обнаруживаются одни и те же безучетные запчасти, то в данном магазине реализуются похищенные запчасти.

В магазине при ревизиях не обнаруживаются одни и те же безучетные запчасти.

В данном магазине не реализуются похищенные запчасти.

Б). Если солнце взошло, то настало утро.

Солнце взошло.

Настало утро.

2. Обоснованы ли заключения в следующих разделительно-категорических умозаключениях, если нет, то почему?

А). Этот человек инженер или рабочий.
Он рабочий.
Следовательно, он не инженер.

Б). Небесными телами являются планеты или звезды.
Это небесное тело не является звездой.
Следовательно, это небесное тело является планетой.

С). Имена бывают единичными или общими.
Имя “Россия” является единичным.
Следовательно, имя “Россия” не является общим.

3. Какие из следующих дилемм являются правильными, а какие нет? Для ответа на этот вопрос выясните, имеет ли то или иное рассуждение структуру, представленную в приведенной выше таблице.

- Если философ — дуалист, то он не материалист. Если философ — диалектик, то он не метафизик. Он материалист или метафизик. Следовательно, он не дуалист или не диалектик.
- Несколько лет назад Британское адмиралтейство обратилось к министру финансов с просьбой выделять 18 шиллингов в месяц на питание кота, охраняющего документы от мышей. Министр ответил так: “Если в адмиралтействе есть мыши, то деньги на питание кота не нужны, поскольку он может питаться мышами. Если мышей нет, то деньги тоже не нужны, поскольку незачем тогда держать кота”. (Закончить рассуждение).
- Молодой афинянин обратился к Сократу за советом: стоит ли ему жениться или нет? Сократ ответил: “Если тебе попадется хорошая жена, то будешь счастливым исключением, если – плохая, то ты будешь, как и я, философом. Но тебе попадется хорошая или плохая жена”. Присутствующий при этом пожилой афинянин сказал: “Но моя жена и ни хорошая, и ни плохая”. Сократ ответил: “Значит, хорошая”. (Закончите рассуждение.)
- Во время пожара некто рассуждает так: “Если я пойду по лестнице, то сгорю. Если я выпрыгну из окна, то разобьюсь. Я не пойду по лестнице или не выпрыгну из окна. Следовательно, я не сгорю или не разобьюсь”.

Логика высказываний

Учение о высказываниях – логика высказываний, или алгебра логики, – является простейшей логической теорией. Атомарным понятием логики высказываний является ***высказывание*** – повествовательное предложение, в отношении которого имеет смысл утверждение об его истинности или ложности.

Пример истинного высказывания: "Земля вращается вокруг Солнца". Пример ложного высказывания: "3 > 5". Не всякое предложение является высказыванием, к высказываниям не относятся вопросительные и восклицательные предложения. Не является высказыванием предложение: «Каша – вкусное блюдо», так как не может быть единого мнения о том, истинно оно или ложно. Предложение «Есть жизнь на Марсе» следует считать высказыванием, так как объективно оно либо истинно, либо ложно, хотя никто пока не знает, какое именно.

Поскольку предметом изучения логики являются только значения истинности высказываний, для них вводят буквенные обозначения А, В, … или X, Y...

Считается, что каждое высказывание либо истинно, либо ложно. Для краткости, будем вместо значения истинно писать 1, а вместо значения ложно – 0. Например, X = "Земля вращается вокруг Солнца" и Y = "3 > 5", причем X =1 и Y = 0. Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным.

Высказывания могут быть простыми и составными. Высказывания "Земля вращается вокруг Солнца" и "3 > 5" являются простыми. Составные высказывания образуются из простых с помощью связок естественного (русского) языка НЕ, И, ИЛИ, ЕСЛИ-ТО, ТОГДА-И-ТОЛЬКО-ТОГДА. При использовании буквенных обозначений для высказываний эти связки заменяются специальными математическими символами, которые можно рассматривать как символы логических операций.

Ниже, в таблице 1 приведены варианты символов для обозначения связок и названия соответствующих логических операций.

Отрицанием (инверсией) высказывания X называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда X ложно (обозначается $\neg X$ или $\overline{X}$, читается “не X” или “неверно, что X”).

Конъюнкцией $X \& Y$ двух высказываний называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинны оба высказывания X и Y. Эта логическая операция соответствует соединению высказываний союзом ”и”.

Дизъюнкцией $X \vee Y$ двух высказываний X и Y называется высказывание ложное в том и только в том случае, когда оба высказывания X и Y ложны. В разговорной речи этой логической операции соответствует союз “или” (не исключающее “или”).

Импликацией двух высказываний X и Y называется высказывание, ложное тогда и только тогда, когда X истинно, а Y – ложно (обозначается $X \to Y$; читается “X влечет Y”, “если X, то Y”). Операнды этой операции имеют специальные названия: X – посылка, Y – заключение.

Эквиваленцией двух высказываний X и Y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда истинностные значения X и Y одинаковы (обозначение: $X \sim Y$, $X \leftrightarrow Y$).

Таблица 1. Логические операции

Связка	Варианты символов	Наименование операции
не	$\urcorner$ $\bar{\ }$	отрицание
и	& $\wedge$ $\cdot$	конъюнкция
или	$\vee$	дизъюнкция
если то	$\to$	импликация
тогда и только тогда	$\leftrightarrow$ $\sim$	эквивалентность

Операнды логических операций могут принимать только два значения: 1 или 0. Поэтому каждую логическую операцию $\neg$, &, $\vee$, $\to$, $\leftrightarrow$ легко задать с помощью таблицы, указав значение результата операции в зависимости от значений операндов. Такая таблица называется ***таблицей истинности*** (табл. 2).

Таблица 2. Таблица истинности логических операций

X	Y	$\neg X$	$X\&Y$	$X \vee Y$	$X \to Y$	$X \leftrightarrow Y$
1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1

С помощью логических операций, определенных выше, можно из простых высказываний строить ***формулы логики высказываний***, представляющие различные составные высказывания. Логическое значение составного высказывания зависит от структуры высказывания, выраженной формулой, и логических значений образующих его элементарных высказываний.

Для систематического изучения формул, выражающих высказывания, вводят переменные высказывания P, P_1, P_2, ..., P_N, принимающие значения из множества $\{0, 1\}$.

Формула логики высказываний $F\ (P_1, P_2,..., P_N)$ называется тавтологией или ***тождественно истинной***, если ее значение для любых значений $P_1, P_2,..., P_N$ есть 1 (истина). Формулы, принимающие значение “истина” хотя бы при одном наборе списка переменных, называются ***выполнимыми***. Формулы, принимающие значение “ложь” при любых значениях переменных, называются ***противоречиями*** (тождественно ложными, невыполнимыми).

Пример 1:

Даны два высказывания:

A={число 174 делится на 3}, B={идет дождь}.

В чем заключаются высказывания:

$\overline{A},\ A \vee B,\ A \& B,\ A \to B,\ \overline{A} \to B,\ A \leftrightarrow \overline{B}$?

Какие из этих высказываний истинны, а какие ложны?

Решение:

1) По определению операции отрицания:
   $\overline{A}$ = {число 174 не делится на 3}. Данное высказывание является ложным.
2) $A \vee B$ = {число 174 делится на 3 или идет дождь}. Так как высказывание A является истинным, то независимо от логического значения высказывания B высказывание $(A \vee B)$ является истинным (см. табл.2).
3) $A \& B$ = {число 174 делится на 3 и идет дождь}. Если высказывание B является истинным, то высказывание $(A \& B)$ истинно. Иначе, если B ложно, то и $(A \& B)$ ложно.
4) $A \to B$ = {если число 174 делится на 3, то идет дождь}. Высказывание $(A \to B)$ ложно только в случае, когда высказывание B ложно.
5) $\overline{A} \to B$ = {если число 174 не делится на 3, то идет дождь}. Данное высказывание истинно.

6) $A \leftrightarrow \overline{B}$ = {число 174 делится на 3 тогда и только тогда, когда не идет дождь}. Так как высказывание A истинно, то $A \leftrightarrow \overline{B}$ будет истинным в случае, когда высказывание $\overline{B}$ истинно. Таким образом, сложное высказывание $A \leftrightarrow \overline{B}$ истинно, если B ложно.

Пример 2:

Для формулы $F = (A_1 \to \overline{A_2})\,\&\,(\overline{A_1} \vee A_2)$ составьте таблицу истинности. Определите, является ли данная формула тождественно истинной, выполнимой или невыполнимой.

Решение:

Расставим приоритеты логических операций:

$$F = (A_1 \overset{2}{\to} \overset{1}{\overline{A_2}})\,\overset{5}{\&}\,(\overset{3}{\overline{A_1}} \overset{4}{\vee} A_2).$$

Таблица истинности будет иметь следующий вид:

A_1	A_2	***1***	***2***	***3***	***4***	***5***
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	0	1	0

Данная формула алгебры высказываний является выполнимой, так как принимает значение “истина” при двух наборах списка переменных.

Логические рассуждения

Пусть даны две формулы $P_1,....P_m, D$. Формула D является логическим следованием формул $P_1,....P_m$, если, придавая значения переменным $x_1,....x_n$, от которых зависят все рассматриваемые формулы, всякий раз, когда истинны одновременно все формулы $P_1,....P_m$, истинна и формула D.

Для логического следования используется запись: $P_1,....P_m \vdash D$.

Логически правильное рассуждение будем записывать в виде схемы рассуждения:

$$\left| \frac{P_1, P_2, \ldots, P_m}{D} \right.$$

Для проверки наличия логического следования достаточно построить таблицу истинности.

Три способа проверки правильности логического рассуждения:

I. Применить определение:

а) записать все посылки и заключения в виде формул логики высказываний;

б)составить конъюнкцию формализованных посылок $P_1 \& P_2 \& \ldots \& P_m$;

в) проверить по таблице истинности, следует ли заключение D из формулы $P_1 \& P_2 \& \ldots \& P_m$.

II. Использовать Признак логического следования:

Формула D логически следует из формулы P тогда и только тогда, когда формула $P \to D$ является тавтологией. Для проверки необходимо построить таблицу истинности для формулы $P \to D$, или преобразовать эту формулу с помощью равносильных преобразований к известной тавтологии.

III. Применить сокращенный способ проверки правильности логического рассуждения.

Рассуждение строится «методом от противного»:

Рассуждение является неправильным, если найдется набор значений переменных $X_1^0, X_2^0,..., X_n^0$ такой, что посылка P ($X_1^0, X_2^0,..., X_n^0$) =1, а заключение D ($X_1^0, X_2^0,..., X_n^0$) =0.

Сокращенный метод заключается в следующем.

Пусть требуется проверить правильность логического следования формулы D из посылок $P_1,....P_m$.

Предположим, что существует набор $X_1^0, X_2^0,..., X_n^0$, при котором все посылки истинны, а заключение ложно, и попытаемся найти этот набор. Если такой набор будет обнаружен, то наше предположение оправдалось, и рассуждение является логически неправильным. Если в процессе поисков набора придем к противоречию, то наше предположение ошибочно, а рассуждение является логически правильным.

***Пример 1*:**

Проверить тремя способами правильность логического рассуждения:

«Если в параллелограмме диагонали ортогональны, то параллелограмм – ромб. В данном случае диагонали не ортогональны, следовательно, данный параллелограмм – не ромб».

Решение:

Имеем следующие высказывания:

A ={в параллелограмме диагонали ортогональны};

B = {параллелограмм – ромб}**;**

Схема логического рассуждения имеет вид:

$$\begin{array}{|l} P_1 = A \to B \\ P_2 = \overline{A} \\ \hline D = \overline{B} \end{array}$$

Первый способ проверки правильности логического рассуждения - по определению:

Составляем конъюнкцию формализованных посылок:

$P = P_1 \& P_2 = (A \to B) \& \overline{A}$.

Проверим по таблице истинности:

A	B	P_1	P_2	P	D
0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	1
1	1	1	0	0	0

По определению, логическое рассуждение является правильным если $P=1$, то и $D=1$ на этом же наборе переменных. В нашем случае существует два набора переменных на которых посылка $P=1$ и лишь на одном из них ($A=0,\ B=0$) $D=1$, следовательно, данное логическое рассуждение не является правильным.

Второй способ, основанный на признаке логического следования.

Построим формулу $P \to D$ и проверим, является ли она тавтологией.

$$P \to D = ((A \to B) \& \overline{A}) \to \overline{B}.$$

Расставим приоритеты логических операций и построим таблицу истинности.

A	B	$A \to B$	$\overline{A}$	P	D	$P \to D$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1
1	1	1	1	1	0	0

Формула $P \to D$ не является тавтологией, следовательно, данное логическое рассуждение не является правильным.

Третий способ – сокращенный.

Проверим сокращенным способом правильность логического рассуждения $A \to B, \overline{A} \vdash \overline{B}$.

Пусть существует набор A_0, B_0, при котором посылки истинны, а заключение ложно. Оформим это предположение в виде таблицы

№	Истина	Ложь	Примечания
1	$A_0 \to B_0$		это наши предположения
2	$\overline{A_0}$		
3		$\overline{B_0}$	
4	$A_0 \to B_0$		Из 2, 3 и определения импликации

Запишем в четвертой строке таблицы импликацию $A_0 \to B_0$, учитывая, что $A_0 = 0$ (так как $\overline{A_0}$ =1), а $B_0 = 1$.

Противоречий нет, следовательно, рассуждение $A \to B, \overline{A} \vdash \overline{B}$ логически неправильное.

Логика предикатов

Логика предикатов – это расширение возможностей логики высказываний, позволяющее строить высказывания с учетом свойств изучаемых объектов или отношений между ними.

Одноместным предикатом $P(x)$ называется функция переменного x, определенная на множестве M и принимающая значения из множества $\{1, 0\}$.

Множество M, на котором определен предикат $P(x)$, называется ***предметной областью*** или областью определения предиката. Множество всех $x \in M$, при которых $P(x) = 1$, называется ***множеством истинности*** предиката.

Многоместным предикатом называется всякая функция n переменных $Q(x_1, x_{2,} ....., x_n)$, определенная на множестве $M = M_1 \times M_2 \times ..... \times M_n$ (декартово произведение) и принимающая на этом множестве одно из двух значений $\{1, 0\}$.

В общем случае n-местным предикатом $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется функция, аргументы которой являются элементами произвольного множества M, а значения принадлежат множеству $\{1, 0\}$, или $P(x_1, x_2, \dots, x_n) : M^n \to \{1, 0\}$. Элементы множества M называются ***предметными переменными***. Количество предметных переменных есть порядок (местность) предиката.

Чтобы сделать более прозрачной структуру сложных высказываний, удобно ввести специальные обозначения для некоторых часто встречающихся выражений - ***кванторы***. Для их обозначения используются символы:

$\forall$ - квантор всеобщности;

$\exists$ - квантор существования.

Пусть $P(x)$ – одноместный предикат, определенный на множестве М. Тогда под выражением $\forall x P(x)$ будем понимать высказывание, которое принимает значение истина тогда и только тогда, когда $P(x)$ истинно для каждого элемента x множества M. Это высказывание уже не зависит от x. Переменную x в предикате $P(x)$ называют ***свободной***, а в высказывании $\forall x P(x)$ – ***связанной*** квантором всеобщности.

Аналогично, под выражением $\exists x P(x)$ понимают высказывание, которое является истинным, если найдется хотя бы один элемент x множества M, для которого $P(x)$ истинно, и ложным, если ни одного такого элемента во множестве M нет. Высказывание $\exists x P(x)$ не зависит от x, в нем переменная x связана квантором существования.

Из предикатных символов с помощью знаков логических операций и кванторов строятся формулы логики предикатов, которые используются в информационных задачах для описания предметной области. При этом определяется содержание множества предметных переменных M, а каждому предикатному символу придается смысл – задается свойство, которое описывает этот предикат. Таким образом, формулам придается некоторая интерпретация. Одна и та же формула в разных интерпретациях может иметь разные значения.

Если формула F истинна при любых значениях своих аргументов в некоторой интерпретации, то она называется истинной в данной интерпретации. Формула, истинная в любой интерпретации, называется общезначимой. Две формулы логики предикатов называются ***равносильными***, если они принимают одинаковые истинностные значения при любых значениях переменной в любой интерпретации. Все равносильности логики высказываний (табл. 1) справедливы в логике предикатов. Кроме этого, в логике предикатов есть равносильности, связанные с преобразованиями формул, содержащих кванторы (табл. 2).

Таблица 2. Основные равносильности логики предикатов

№	Формула
1	$\neg(\exists x P(x)) \equiv \forall x(\neg P(x))$
2	$\neg(\forall x P(x)) \equiv \exists x(\neg P(x))$
3	$(\forall x P(x)) \,\&\, (\forall x Q(x)) \equiv \forall x(P(x) \,\&\, Q(x))$
4	$(\exists x P(x)) \vee (\exists x Q(x)) \equiv \exists x(P(x) \vee Q(x))$
5	$(\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x)) \equiv \forall x \forall y(P(x) \vee Q(y))$
6	$(\exists x P(x)) \,\&\, (\exists x Q(x)) \equiv \exists x \exists y(P(x) \,\&\, Q(y))$

Специальную форму записи формулы логики предикатов называют предваренной нормальной формой (ПНФ).

Алгоритм получения формулы ***в предваренной нормальной форме***:

1) перейти от символов $\to$ и $\sim$ к символам &, $\vee$, $\neg$;
2) внести все отрицания внутрь формулы, “приклеив” их к предикатным символам;
3) вынести все кванторы в начало формулы.

Пример 1:

Даны утверждения:

A(n) = {число n делится на 3}; D(n) = {число n делится на 6};

B(n) = {число n делится на 2}; E(n) ={число n делится на 12}.

C(n) = {число n делится на 4};

Будет ли истинна формула логики предикатов $\forall n(A(n) \,\&\, B(n) \to E(n))$?

Решение:

а) Рассмотрим подформулы формулы логики предикатов:

1. $A(n) \,\&\, B(n)$ ={число n делится на 6};
2. $A(n) \,\&\, B(n) \to E(n)$ ={если число n делится на 6, то оно делится на 12}.

Вторая формула истинна не для всех значений n, например, для n =6 формула $A(n) \,\&\, B(n) \to E(n)$ будет ложной. Следовательно, формула логики предикатов $\forall n(A(n) \,\&\, B(n) \to E(n))$ является ложной.

Пример 2:

Является ли формула логики предикатов $\forall xP(x) \to \exists xP(x)$ тождественно истинной?

Решение:

Используем закон замены импликации:

$\forall xP(x) \to \exists xP(x) \equiv \neg(\forall xP(x)) \vee \exists xP(x).$

Применим закон де Моргана и закон равносильностей логики предикатов (табл. 4):

$\neg(\forall xP(x)) \vee \exists xP(x) \equiv \exists x(\neg P(x)) \vee \exists xP(x) \equiv \exists x(\neg P(x)) \vee P(x)) \equiv 1.$

Данная формула является тождественно истинной.

Рекомендуемая литература

1. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие для вузов. - М.: Академия, 2004. - 446 с. ISBN 5-7695-1363-2 (аул – 15 экз.);
2. Шапорев С. Д. Математическая логика. Курс лекций и практических занятий: Учебное пособие для вузов. - СПб. : БХВ-Петербург, 2005. - 410 с. ISBN 5-94157-702-8 (аул – 52 экз.);
3. Шевелев Ю. П. Математическая логика и теория алгоритмов: учебное пособие /.. - Томск: Дельтаплан, 2007. - 219 с. ISBN 978-5-94154-129-4 (аул – 40 экз.);
4. Шелупанов А.А.Математическая логика и теория алгоритмов: Учебное пособие. - Томск : STT, 2001. - 176 с. ISBN 5-93629-031-X (аул – 23 экз.);
5. Смыслова З.А. Математическая логика и ее приложения: Учебное пособие.- Томск: ТАСУР, 1994. – 111 с. (аул – 17 экз.);
6. Клини С. К.Математическая логика: Пер. англ. М.: КомКнига, 2007; М. : УРСС, 2007. - 480с. ISBN 978-5-484-00802-5 (аул – 15 экз.).